Potencias y raíces

Matemáticas 1º ESO

ÍNDICE

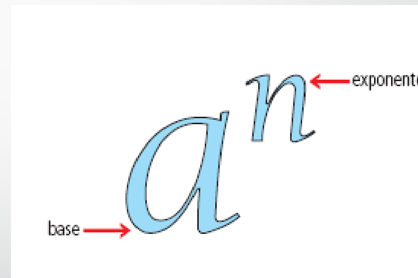
1. POTENCIAS

- Una **potencia** es una multiplicación en la que todos los factores son iguales:

- Las potencias están formadas por dos elementos:

  Base: es el factor que se repite.

  Exponente: es el número de veces que se repite la base.



2. POTENCIAS PROPIEDADES

- PRODUCTO DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE.
- COCIENTE DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE.
- POTENCIA DE UNA POTENCIA.
- PRODUCTO DE POTENCIAS CON EL MISMO EXPONENTE.
- COCIENTE DE POTENCIAS CON EL MISMO EXPONENTE.
- POTENCIAS ESPECIALES

2. POTENCIAS. POTENCIAS DE BASE 10

- Una **potencia de base 10** es igual a la unidad seguida de tantos ceros como indique el exponente.

$$10^5 = 100\,000$$

- Las potencias de base 10 tiene la ventaja de facilitar la escritura de números muy grandes de forma abreviada.

$$5\,000\,000\,000 = 5 \cdot 10^9$$

2. POTENCIAS BASE ENTERA

- Si la base es (**+**) **positiva**, la potencia **siempre** será un entero **positivo.**

Por ejemplo:

$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ (exponente par) y $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ (exponente impar)

2. POTENCIAS BASE ENTERA

- Si la base es **(-) negativa**, el signo de la potencia dependerá de si el exponente es par o impar.

VEAMOS…….

2. POTENCIAS BASE ENTERA

- Si el exponente es **par**, la potencia será **positiva:**

Por ejemplo:

$(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$

$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$

2. POTENCIAS BASE ENTERA

- Si el exponente es **impar**, la potencia será **negativa.**

Por ejemplo:

$(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$

2. POTENCIAS BASE ENTERA

BASE	EXPONENTE	SIGNO PONTENCIA
POSITIVA	PAR	POSITIVO
POSITIVA	IMPAR	POSITIVO
NEGATIVA	PAR	POSITIVO
NEGATIVA	IMPAR	NEGATIVO

2. POTENCIAS BASE ENTERA

¡¡¡OJO!!!

Tener en cuenta que no es lo mismo

$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$ (en este caso lo que está elevado al cuadrado es el (-2), por lo tanto se multiplica 2 veces)

que….

$-2^2 = -2 \cdot 2 = -4$ (en este caso, el (-) no está elevado al cuadrado por lo tanto no se multiplica junto al número….no está dentro del "paraguas")

2. POTENCIAS PROPIEDADES

PRODUCTO DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE

El producto de potencias de igual base, es igual a una potencia con la misma base que los factores, elevada a la suma de los exponentes.

$$3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$$

Igual base

Se conserva la base

Se suman los exponentes

2. POTENCIAS PROPIEDADES

COCIENTE DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE

El cociente de potencias de igual base, es igual a una potencia con la misma base que los factores, elevada a la resta de los exponentes.

$$5^3 : 5^2 = 5^{3-2} = 5^1 = 5$$

Igual base

Se conserva la base

Se restan los exponentes

2. POTENCIAS PROPIEDADES

POTENCIA DE UNA POTENCIA

Para calcular una potencia de una potencia, se multiplican los exponentes y se deja la misma base.

$$(4^2)^3 = 4^6$$

$$(-5^2)^2 = (-5)^4 = 5^4$$

2. POTENCIAS PROPIEDADES

PRODUCTO DE POTENCIAS CON EL MISMO EXPONENTE

Al multiplicar potencias con el **mismo exponente**,

se multiplican las bases y se deja mismo el exponente.

$$4^2 \cdot 3^2 = (4 \cdot 3)^2 = 12^2 = 144$$

Igual exponente — Se multiplican las bases — Se conserva el exponente

Pero también podemos utilizar esta propiedad en sentido contrario, mirar:

$$(10 \cdot 3)^2 = 10^2 \cdot 3^2 = 100 \cdot 9 = 900$$

2. POTENCIAS PROPIEDADES

COCIENTE DE POTENCIAS CON EL MISMO EXPONENTE

Al dividir potencias con el **mismo exponente**,

se dividen las bases y se deja el mismo exponente.

$$8^3 : 4^3 = (8 : 4)^3 = 2^3 = 8$$

Igual exponente — Se dividen las bases — Se conserva el exponente

Pero también podemos utilizar esta propiedad en sentido contrario, mirar:

$$(20 : 5)^3 = 20^3 : 5^3 = 8000 : 125 = 64$$

Apliquemos todas las propiedades aprendidas para resolver el siguiente ejercicio :

$$\underbrace{[(2^7 \bullet 3^7)}_{\text{Multiplicación de potencias de igual exponente}} : \underbrace{(6^2 \bullet 6^3)]}_{\text{Multiplicación de potencias de igual base}} + \underbrace{5^0}_{\text{Potencia de exponente 0}} \bullet \underbrace{1^5}_{\text{Potencia de base 1}}$$

$$[(2 \bullet 3)^7 : 6^{2+3}] + 1 \bullet 1$$

$$\underbrace{[6^7 : 6^5]}_{\text{División de potencias de igual base}} + 1$$

$$6^2 + 1$$

$$36 + 1$$

Recuerda que el orden en que se realizan las operaciones es:

1. Resolver los paréntesis.
2. Potencias.
3. Multiplicaciones y divisiones.
4. Sumas y restas.

Luego, el resultado de nuestro ejercicio es 37.

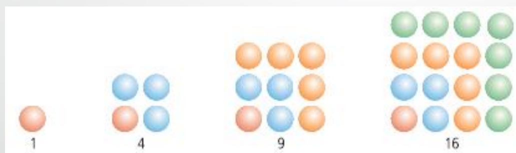
POTENCIAS ESPECIALES

- Si la base de una potencia es 1, entonces, el valor de la potencia, para cualquier exponente, es siempre 1. $1^9 = \boxed{1}$
- Si la base de una potencia es 0, entonces, el valor de la potencia, para cualquier exponente natural , es siempre 0. $0^{51} = \boxed{0}$
- Si el exponente de una potencia es 1, entonces, el valor de la potencia siempre será igual a la base. $37^1 = \boxed{37}$
- Si el exponente de una potencia es 0, entonces, el valor de ella, para cualquier base distinta de cero, es igual a 1. $6^0 = \boxed{1}$

3. CUADRADOS PERFECTOS

Un **cuadrado perfecto** es aquel número que se obtiene de elevar al cuadrado un número natural.

Observando la siguiente figura es fácil deducir que:

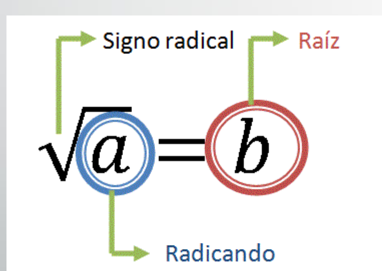


$1 = 1^2$ $4 = 2^2$ $9 = 3^2$ $25 = 5^2$

Luego los números 1, 4, 9, 16, 25 son cuadrados perfectos.

3. RAÍCES CUADRADAS

La raíz cuadrada de un número natural a es otro número natural b tal que elevado al cuadrado sea igual al número dado a.



$$\sqrt{a} = b, \quad \Leftrightarrow \quad b^2 = a$$

$$\sqrt{9} = 3 \quad \Leftrightarrow \quad 9 = 3^2$$

3. RAÍCES CUADRADAS

- Cuando al hacer la operación raíz cuadrada de un número obtenemos un resultado exacto, estaremos antes una raíz **cuadrada exacta.**

$$\sqrt{625} = 25$$

- Cuando el último resto es distinto de cero tenemos una raíz **cuadrada entera.**

$$\sqrt{801} = 28{,}30\ldots$$

- No existen las raíces cuadradas de los números negativos.

3. RAÍCES CUADRADAS ENTERAS

Si la raíz cuadrada que no es exacta se considera entera y la resolvemos defecto, es decir:

$$\sqrt{30} = 5\ y\ resto\ 5, es\ decir, 30 = 5^2 + 5$$

$$\sqrt{76} = 8\ y\ resto\ 12, es\ decir, 76 = 8^2 + 12$$