TEMA 2

NÚMEROS ENTEROS

Criterios De Evaluación de la Unidad

1. Utilizar de forma adecuada los números enteros.
2. Representar sobre la recta los números enteros.
3. Hallar el valor absoluto de cualquier número entero.
4. Comparar y ordenar números enteros.
5. Aplicar correctamente los algoritmos de suma, resta, multiplicación y división de números enteros.
6. Identificar los números enteros positivos con los números naturales.
7. Distinguir los paréntesis innecesarios en una serie de sumas y restas combinadas y eliminarlos de una forma adecuada para simplificar su escritura.
8. Efectuar correctamente sumas y restas combinadas de números enteros, aplicando correctamente las reglas de prioridad y haciendo un uso adecuado de signos y paréntesis.
9. Valorar la utilización de los números enteros en diversas situaciones de la vida cotidiana.

INDICE

1. LOS NÚMEROS ENTEROS

Los **“números Naturales”** son todos los números mayores de cero (algunos autores incluyen también el 0) que sirven para contar. No pueden tener parte decimal, fraccionaria, ni imaginaria. **N** = [1, 2 , 3, 4, 5...]. Al ser mayores de cero son los números enteros **positivos.** Es decir son números que no tienen parte decimal y de éstos aquellos que son **positivos.** El conjunto de **“números Naturales”** se representa con la letra **N**.

1.1 Utilidad de los números naturales

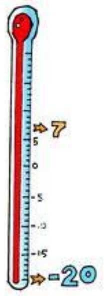
- **Contar**: Saber exactamente el número de elementos de un conjunto.
- **Ordenar:** Cuando se asocia un número a cada elemento de un conjunto, éste queda ordenado. Al usar los números naturales para ordenar se denominan *números ordinales*.
- **Estimar:** Calcular de forma aproximada los elementos de un conjunto.

Existen situaciones y operaciones en matemáticas que no podemos expresar y resolver con los números naturales (N) por ello, necesitamos ampliar nuestro campo numérico, por ejemplo;

- Situaciones como *“deber 15 euros”* (-15 euros);

15 euros (+, los tiene☺) -15 euros (debe ☹)

- *"Estar a una temperatura de menos veinte grados bajo cero" (-20ºC);*

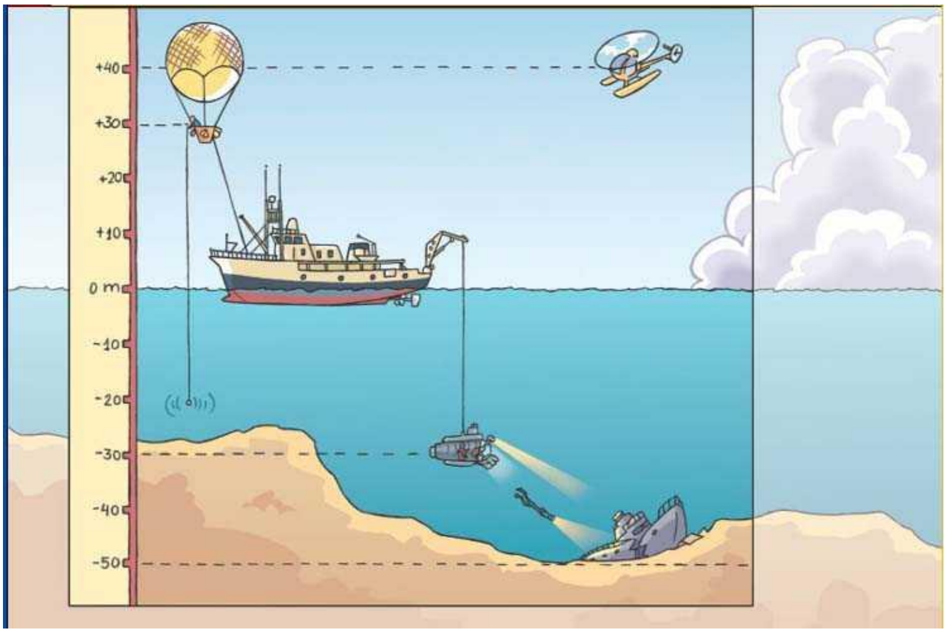


"La temperatura durante el dia en una ciudad del sur de Polonia en el mes de febrero oscila entre -20ºC y 7ºC. Las temperaturas más frías suelen darse en esta ciudad antes de la salida del sol y las más altas entre las 14-15h. De forma que entre las cinco de la madrugada y las tres de la tarde la temperatura puede variar hasta 27º!!!"

- *"Sumergirse 30 m bajo el mar"* (-30m)

  El nivel del mar está representado con el ***0.***

  - *Los niveles <u>por encima del nivel del mar</u> están representados por los números +1,+2, +3……es decir por números* ***positivos.***
  - *Los niveles <u>por debajo del nivel del mar</u> (profundidad)están representados por los números -1,-2,-3……es decir por números* ***negativos.***



- "terminar un campeonato de fútbol con seis goles a favor" (+6).

<u>En estas ocasiones podemos recurrir a los llamados **"números Enteros".**</u>

*Los **"números Enteros"** son los números que no tienen parte decimal.*

*Son una ampliación de los "números naturales", es decir incluye a los **"números Naturales"**(números sin parte decimal y positivos 1, 2, 3……), al cero y al resto de enteros negativos (números sin parte decimal y negativos)***.**

*Por tanto podemos concluir que los **"números Enteros"** son el conjunto de números que incluye el cero y los números enteros (…-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3….).*

A continuación una clasificación general de los números en la que aparece el conjunto de los números Enteros y los Naturales incluidos en dicho conjunto;

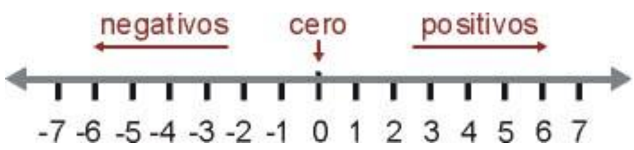
CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS

- **Reales (R)**
  - **Racionales: (Q)** a/b
    - **Enteros (Z)**
      - **Naturales:** (N) = { 1, 2, 3, ...}
      - **Negativos:** (Z^-) = {0, -1, -2, ...}
    - **Fraccionarios**
      - **Decimal exacto:** 0.5 = 1/2
      - **Periódico puro:** 2.33333333... = 7/3
      - **Periódico mixto:** 2.34444444... = 211/90
  - **Irracionales: (I)** ~~a/b~~
    - Tiene infinitas cifras decimales NO periódicas
      - π = 3.14159265...
      - ϕ = 1.61803398…
      - $\sqrt{2}$ = 1.41421356...
      - e = 2.71828182...
- **Imaginarios: (C)**
  - $\sqrt{-2}$

1.2 Representación sobre la recta

Podemos representar los números enteros en una recta numérica, al igual que hicimos con los números naturales:

- Dibujamos una recta y señalamos en ella un **punto** que tomaremos como el **0**.
- Dividimos la recta en **segmentos de igual longitud** hacia la derecha y hacia la izquierda del 0.
- A partir del 0 y hacia la derecha, situamos los sucesivos números **enteros positivos,** hacia la izquierda del 0, los **números enteros negativos.**



1.3 Valor absoluto de un número entero

El **Valor Absoluto de un número** es la distancia que le separa del cero. El número se escribe entre dos barras | | y el resultado es el número sin su signo;

|-a|= a |a|= a

Indicamos el valor absoluto de la siguiente forma

p.e. |-3|= 3 **p.e.** |+3|= 3 **p.e.** |-1245|= 1245 **p.e.** |+22|= 22 **p.e.** |-15|= 15

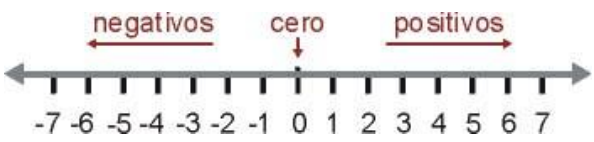
De la misma forma podemos decir que todos los números enteros Z, excepto el 0, se escriben con un signo y un número natural. Si eliminamos el signo, podemos establecer una correspondencia entre el número entero y el natural.

Diremos que el número natural correspondiente a cada número entero es su valor absoluto.

NÚMERO ENTERO	NÚMERO NATURAL
-3	3
+3	3
-1245	1245
+22	22
-15	15

1.4 Ordenación de los números enteros

La forma más sencilla de ordenar los números enteros es mediante la recta numérica.



… -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3…

- Cualquier número entero positivo es mayor que cualquier número entero negativo.
- El 0 es menor que cualquier número entero positivo y mayor que cualquier número entero negativo.
- El **mayor** de dos números enteros **positivos** es el que tiene **mayor valor absoluto.**

$$\left.\begin{array}{l} |+5| = 5 \\ |+2| = 2 \end{array}\right\} \quad 5 > 2 \rightarrow +5 > +2$$

- El **mayor** de dos números enteros **negativos** es el que tiene **menor valor absoluto.**

$$\left.\begin{array}{l} |-4| = 4 \\ |-1| = 1 \end{array}\right\} \quad 4 > 1 \rightarrow -1 > -4$$

2. OPERACIONES (1º E.S.O.)

Los números enteros se pueden sumar, restar, multiplicar y dividir.

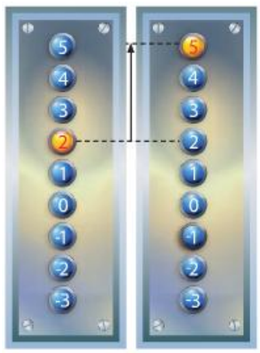
2.1 Suma y resta

<u>Suma</u>

Según sean del mismo signo o de signo distinto, los números enteros se suman de la siguiente forma:

SUMA DE NÚMEROS ENTEROS DEL MISMO SIGNO

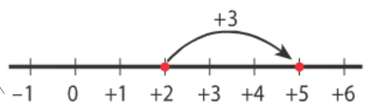
Un ascensor que se encuentra en la planta 2 de un edificio es llamado 3 plantas más arriba. ¿Desde qué planta se le ha llamado?



Se le ha llamado desde la planta 5 ya que:

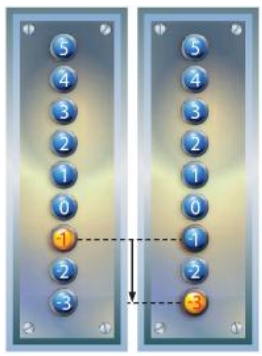
(+2)+(+3)=+5

La representación sobre la recta es:



Fíjate en que nos hemos situado en +2 y avanzado 3 unidades hacia la derecha.

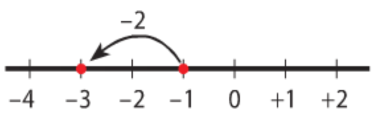
Un ascensor que se encuentra en el primer sótano baja dos plantas ¿En qué planta se ha quedado?



Se encontrará en la planta -3 o tercer sótano ya que:

(-1)+(-2)=-3

La representación sobre la recta es



Fíjate en que nos hemos situado en -1 y avanzado 2 unidades hacia la izquierda.

Por lo tanto para **sumar** números enteros del **mismo signo**:

- Se escribe el mismo signo que los sumandos.
- Se suman los valores absolutos de los sumandos.

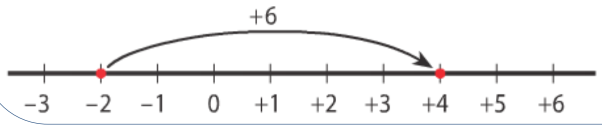
SUMA DE NÚMEROS ENTEROS DE DISTINTO SIGNO

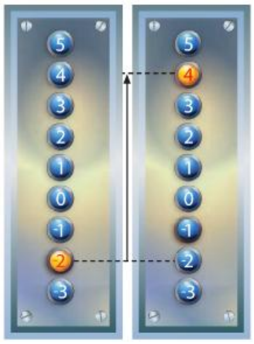
Un ascensor que está en el segundo sótano sube 6 plantas. ¿En qué planta se encontrará?

Se encontrará en la planta 4. Ya que:

(-2)+(+6)=+4

La representación sobre la recta es:





Por lo tanto para **sumar** dos números enteros de **distinto signo**:

- Se escribe el signo del sumando de mayor valor absoluto.
- Se restan los valores absolutos de los sumandos.

SUMA DE VARIOS NÚMEROS ENTEROS

Para sumar varios números enteros podemos proceder de dos maneras diferentes. Veamos los ejemplos siguientes:

PRIMER CASO	SEGUNDO CASO
Efectuamos las sumas en el mismo orden en que aparecen: $\underline{(-3)+(+7)}+(+4)+(-2)=$ $=\underline{\mathbf{(+4)}\ +(+4)}+(-2)=$ $=\mathbf{(+8)}\ +(-2)=\mathbf{+6}$	1º Reordenamos los sumandos. Primero escribimos los números enteros positivos y después los enteros negativos. $(+7)+(+4)+(-3)+(-2)=$ 2º Efectuamos las sumas en cada grupo por separado. Finalmente, sumamos los resultados obtenidos. $\mathbf{(+11)}+\mathbf{(-5)}=\mathbf{+6}$

PROPIEDADES DE LA SUMA

PROPIEDAD	ENUNCIADO	EJEMPLO
Conmutativa	Si cambiamos el orden de los factores, el resultado no varía. ***a + b = b + a***	(+4) + (-2) = (-2) + (+4) +2 = +2
Asociativa	El resultado no depende de la forma en la que se agrupen los factores. ***(a + b) + c = a + (b + c)***	[(+5)+(-3)]+(-4)=(+5)+[(-3)+(-4)] (+2)+(-4)=(+5)+(-7) -2=-2
Elemento neutro	El 0 es el elemento neutro de la suma, pues al sumar 0 a cualquier número se obtiene el mismo número. ***a + 0 = a***	(-9) + 0 = -9
Elemento opuesto	Todo número entero tiene su opuesto que sumado a él da 0: ***a + op(a) = 0***	(+4) + (-4) = 0 Diremos que +3 y -3 son números **opuestos** y escribimos **op**(+3)=-3 **op**(-3)=+3

<u>Resta</u>

Fíjate en la siguiente resta de números enteros:

(-3) - **¿?** = +10

El número que falta tiene que ser negativo:

(+3) – (**-7**) = +10

Observa que este resultado es el mismo que obtendremos al sumar a +3 el opuesto de -7, es decir, +7.

(+3) + (+7) = +10

Por tanto podemos escribir:

$$(+3) - \underline{(-7)} = (+3) + \underline{\text{op}\,(-7)} = (+3) + (+7) = +10$$

Para **restar** dos números enteros se suma al primero el opuesto del segundo.

SIMPLIFICACIÓN DE SIGNOS

- Por tanto podemos escribir un número entero positivo como si se tratara de un número natural, es decir, sin el signo +.

  (+3) = +3 = 3

- Teniendo en cuenta la definición de la resta, podemos deducir que:

  +(+5) = 5 -(+8) = -8

  +(-9) = -9 -(-1) = 1

  Es decir, cuando tenemos un signo “-“ delante de un paréntesis, cambia el signo de lo que hay dentro del paréntesis.

2.2 Multiplicación y división

Multiplicación

Una multiplicación es la forma abreviada de expresar una suma. Para comprender bien la multiplicación de los números enteros es fundamental conocer la **regla de los signos**.

+ x + = +
− x − = +
+ x − = −
− x + = −

Veamos unos ejemplos.

Ocho jugadores de un equipo de fútbol se han gastado 60€ cada uno para regalar al entrenador un bonito reloj, ¿cuánto les ha costado el reloj?

(-60) + (-60) + (-60) + (-60)+ (-60) + (-60) + (-60) + (-60) = (-60) · 8 = -480€

Repentinamente, tres de los jugadores deciden retirarse y no participar del regalo, ¿cuánto dinero se han ahorrado entre los tres?

(+60) + (+60) + (+60) = 60 · 3 = 180€

Por lo tanto para **multiplicar** tendremos en cuenta:

- Se escribe el signo dado por la regla de los signos.
- Se multiplican los valores absolutos de los factores.

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN

PROPIEDAD	ENUNCIADO	EJEMPLO
Conmutativa	Si cambiamos el orden de los factores, el resultado no varía. ***a · b = b · a***	(-5) · 2 = 2 · (-5) -10 = -10
Asociativa	El resultado no depende de la forma en la que se agrupen los factores. ***(a · b) · c = a · (b · c)***	(-9) · (3 · 4) = (-9 · 3) · 4 (-9) · 12 = (-27) · 4 -108 = -108
Elemento neutro	El 1 es el elemento neutro de la multiplicación, pues al multiplicar cualquier número por 1, el resultado no varía. ***a · 1 = a***	(-34) · 1 = -34
Distributiva de la multiplicación respecto a la suma	El producto de un número por una suma (o resta) es igual a la suma (o resta) de este número por cada sumando (o sustraendo) ***a · (b + c) = a · b + a · c***	(-3)· (4 + 7) = (-3) · 4 + (-3) · 7 (-3) · 11 = -12 + (-21) -33 = -33

División

Para hallar uno de los factores de un producto, conocido el resultado, debemos hacer una división.

$$(-3) \times \mathbf{?} = -24 \rightarrow \mathbf{?} = (-24) : (-3)$$

Así, el número que multiplicado por -3 nos da -24 es 8. Por tanto, el resultado de dividir -24 entre -3 da 8.

$$(-24) : (-3) = +8$$

Fíjate en que el valor absoluto del cociente coincide con el cociente de los valores absolutos de los números dados.

$$|-24| : |-3| = |+8|$$

Observa que al igual que ocurre en la multiplicación, el resultado está en función de la **regla de los signos.**

$$+ \div + = +$$
$$- \div - = +$$
$$+ \div - = -$$
$$- \div + = -$$

Para efectuar una **división** entre dos números enteros:

- Se escribe el signo dado por la regla de los signos.
- Se dividen sus valores absolutos.

2.3 Operaciones combinadas

Para realizar operaciones combinadas con números enteros, debemos tener en cuenta al igual que vimos con los números naturales, la jerarquía o prioridad de las operaciones.

PRIORIDAD EN OPERACIONES COMBINADAS
1º Paréntesis y corchetes
2º Potencias y raíces
3º Multiplicación y división (en orden)
4º Sumas y restas (de izquierda a derecha)

Veamos un ejemplo de operaciones combinadas de sumas y restas en el siguiente ejemplo:

(+6) + (+3) + (-9) - (-4)

Aplicando la reducción y la regla de los signos, quedaría de la siguiente forma:

6 + 3 – 9 + 4

Podemos proceder de dos formas distintas:

PRIMER CASO	SEGUNDO CASO
Efectuamos las sumas en el mismo orden en que aparecen: $6-3-9+4=$ $=\mathbf{3}-9+4=$ $=-\mathbf{6}+4=-\mathbf{2}$	1º Escribimos en primer lugar los números precedidos el signo + y después los precedidos del signo -. $6+4-3-9$ 2º Efectuamos las sumas en cada grupo por separado. Después restamos el segundo resultado del primero. $\mathbf{10}-\mathbf{12}=-\mathbf{2}$

<u>Uso del paréntesis</u>

Al igual que ocurre con los números naturales, si en una operación aparecen paréntesis, debemos efectuar primero las operaciones que están en su interior.

$$12+(3-10)=12+(-\mathbf{7})=12-7=5$$

$$8-(16-9)=8-\mathbf{7}=1$$

Aunque también podemos eliminar primero los paréntesis y luego operar:

$$\mathbf{12}+(\mathbf{3}-\mathbf{10})=\mathbf{12}+\mathbf{3}-\mathbf{10}=5$$

$$\mathbf{8}-(\mathbf{16}-\mathbf{9})=\mathbf{8}-\mathbf{16}+\mathbf{9}=1$$

¡¡Importante!!

Si en una serie de **sumas y restas combinadas** aparecen **paréntesis**, podremos proceder de dos formas:

1. Efectuar primer las operaciones de dentro del paréntesis y luego operar con el resto.
2. Eliminar previamente los paréntesis. En este caso:
    a. Si el paréntesis está precedido del signo +, dejamos con sus signos los números que contiene.

    $$\mathbf{12}+(\mathbf{3}-\mathbf{10})=\mathbf{12}+\mathbf{3}-\mathbf{10}=5$$

    b. Si el paréntesis está precedido del signo -, cambiamos los signos de los números que contiene.

    $$\mathbf{8}-(\mathbf{16}-\mathbf{9})=\mathbf{8}-\mathbf{16}+\mathbf{9}=1$$

Por ejemplo:

$$-18 + (-2 + 6) + (-3 + 15) - (3 + 7 - 5)$$

PRIMER CASO	SEGUNDO CASO
Efectuamos las operaciones de los paréntesis $-18+\underbrace{(-2+6)}_{4}+\underbrace{(-3+15)}_{12}-\underbrace{(3+7-5)}_{5}=$ $=-18+\mathbf{4}+\mathbf{12}-\mathbf{5}$ A continuación, resolvemos: $-23+16=-7$	Eliminamos previamente los paréntesis. $-18+(-2+6)+(-3+15)-(3+7-5)=$ $=-18-2+6-3+15-3-7+5$ Después, operamos. $-18-2-3-3-7+6+15+5=-33+26=-7$

3. OPERACIONES (2º E.S.O)

3.1 Suma y resta de números enteros

- Si los dos números tienen el **mismo signo** se suman sus valores absolutos y se pone el mismo signo que tenían los números.

  +5+4=+9 -3-4=-7

- Si los dos números tienen **distinto signo** se restan sus valores absolutos y se pone el signo del que tiene mayor valor absoluto.

  +6-4=+2 +1-7=-6

- Para **restar** dos números se le suma al primero el opuesto del segundo.

  $$p.e.\ (+8)-(+9)=(+8)+OP(+9)=(+8)+(-9)=-1$$
  $$p.e.\ (+8)-(-9)=(+8)+OP(-9)=(+8)+(+9)=17$$

  En la práctica para resolver este tipo de operaciones eliminaremos previamente los paréntesis según la explicación del cuadro descrito más abajo.

  $$p.e.\ (+8)-(+9)=8-9=-1$$
  $$p.e.\ (+8)-(-9)=8+9=17$$

- Para sumar y restar **más de dos números enteros** se suman los positivos por un lado y los negativos por otro y luego se restan los resultados y se pone el signo del que tiene mayor valor absoluto:

  3-8+6-4=3+6-8-4=9-12=-3

Si las operaciones van con paréntesis tendremos en cuenta la siguiente regla;

<table>
<tr><td rowspan="2">Un paréntesis precedido del signo + mantiene los signos de los números de su interior.</td><td>+(+a)=+a=a</td></tr>
<tr><td>+(-a)=-a</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Un paréntesis precedido del signo – cambia los signos de los números de su interior.</td><td>-(-a)=+a</td></tr>
<tr><td>-(+a)=-a</td></tr>
</table>

Ahora veremos 2 ejemplos con paréntesis y **mismo** signo:

SUMA DE NÚMEROS ENTEROS DEL MISMO SIGNO

Para sumar dos o más números enteros del mismo signo, se suman los valores absolutos y al resultado se le pone el mismo signo de los sumandos.

Ejemplos: (+40) + (+60) = +(40 + 60) = +100

(-30) + (-20) = -(30 + 20) = -50

<u>En clase</u> lo haremos directamente así;

(+40) + (+60)= 40 + 60= 100

(-30) + (-20)= -30 -20 = -50

Ahora veremos 2 ejemplos con paréntesis y **distinto** signo:

SUMA DE NÚMEROS ENTEROS DE DISTINTO SIGNO

Para sumar dos números enteros de distinto signo, primero se hallan sus valores absolutos, después se resta del mayor el menor y al resultado se le pone el signo del sumando que tenga mayor valor absoluto.

Ejemplos: (+60) + (-20) = +(60 - 20) = +40

(- 80) + (+30) = - (80 - 30) = -50

<u>En clase</u> lo haremos directamente así;

(+60) + (-20) = 60 – 20 = 40

(-80) + (+30)= -80 + 30= -50

3.2 Sumas y restas con paréntesis

- Al suprimir un paréntesis precedido del signo +, los signos de los términos interiores quedan igual.

  +(+3 - 6 + 5) = +(+3) + (-6) + (+5) = +3 - 6 + 5 = +8 - 6 = +2

  En clase lo haremos directamente así:

  $$+(+3-6+5) = +3-6+5 = +8-6 = +2 = 2$$

- Al suprimir un paréntesis precedido del signo -, los signos de los términos interiores se cambian por su opuesto.

  -(+8 - 6 - 5) = -(+8) - (-6) - (-5) = -8 + 6 + 5 = -8 + 11 = +3

PASO A FORMA SIMPLIFICADA:

Un ejercicio que nos encontramos a los números enteros metidos en sus respectivos paréntesis se puede pasar a forma simplificada (un solo signo delante de cada valor absoluto) aplicando la regla de los signos. Posteriormente, si el número lleva delante un signo "-" será negativo y si lleva "+" o no lleva nada será positivo. Con ellos, la operación que siempre haremos será la de "sumar".

Ejemplos:

(-9) + (-8) = -9 - 8 = -17

(+5) – (-3) + (+7) = 5 +3 +7 = 15

(+3) + (-2) – (+12) = 3 – 2 – 12 = -11

(-4) + (-5) + (+3) – (+55) = -4 -5 +3 -55 = - 61

3.3 Sumas y restas COMBINADAS con paréntesis

Procederemos de dos formas:

Método I: Operando paréntesis de dentro hacia afuera. Es decir resolviendo la operación de dentro del paréntesis más interno y abriéndolo, resolviendo la del siguiente y abriéndolo, así hasta que no haya paréntesis.

$$3-\underbrace{(-3+4)}+4-\underbrace{(-2-1)} =$$

$$3-\underbrace{(+1)}+4-\underbrace{(-3)} =$$

$$3 \quad -1 \quad +4 \quad +3 \quad = \mathbf{9}$$

Método II: Quitando los paréntesis antes de operar, teniendo en cuenta que si el paréntesis va precedido de un signo más + se quita el paréntesis manteniendo el signo de los números de su interior y que por el contrario si el paréntesis va precedido de un signo menos – se quita el paréntesis haciendo el opuesto haciendo el opuesto de los núneros de su interior

$$3-(-3+4)+4-(-2-1)=$$
$$3+3-4+4+2+1\ =\mathbf{9}$$

3.4 Multiplicación y división exacta de números enteros

Multiplicación de números enteros. Regla de los signos

Al multiplicar dos números enteros:

- Si los dos factores tienen el mismo signo, el producto de dichos números es positivo $\begin{cases}(+)\cdot(+)=+\\(-)\cdot(-)=+\end{cases}$
- Si los dos factores tienen distinto signo, el producto de dichos números es negativo $\begin{cases}(+)\cdot(-)=-\\(-)\cdot(+)=-\end{cases}$

p.e. (+3) · (+7)= 21 p.e. (+3) · (-7)= - 21

p.e. (-3) · (+7)= -21 p.e. (-3) · (-7)= + 21

División de números enteros. Regla de los signos

La regla de los signos para la división de números enteros coincide con la del producto:

- Signos iguales $\begin{cases}(+):(+)=+\\(-):(-)=+\end{cases}$
- Signos diferentes $\begin{cases}(+):(-)=-\\(-):(+)=-\end{cases}$

p.e. (+12): (+6)= 2 p.e. (+12) **:** (-6)= - 2

p.e. (-12) **:** (+6)= -2 p.e. (-12) **:** (-6)= 2

Hay que tener en cuenta que el cociente de dos números enteros no siempre es un número entero.

p.e.: $(+15):(-4)$ no tiene solución en el conjunto de los números enteros.

3.5 Operaciones combinadas

En las expresiones con números enteros hay que tener en cuenta el orden de prioridad de las operaciones:

1º) Se resuelven los paréntesis y los corchetes

2º) Se realizan las multiplicaciones y divisiones en el orden de izquierda a derecha.

3º) Por último, se realizan las sumas y las restas en el mismo orden.

Ejemplo nº1

$$3-4\cdot[6-(-3-2)]=$$
$$3-4\cdot[6-(-5)]=$$
$$3-4\cdot 11=$$
$$3-44=\mathbf{-41}$$

Se suele escribir en horizontal;

$$3-4\cdot[6-(-3-2)]=3-4\cdot[6-(-5)]=3-4\cdot 11=3-44=\mathbf{-41}$$

Ejemplo nº2

$$(3-4)\cdot[6-(-3-2)]=$$
$$-1\cdot[6-(-5)]=$$
$$-1\cdot 11=\mathbf{-11}$$

En horizontal

$$(3-4)\cdot[6-(-3-2)]=-1\cdot[6-(-5)]=-1\cdot 11=\mathbf{-11}$$

Ejemplo nº3

$$9\cdot(-3-2\cdot 5)+18:(-9)\cdot(4-6)-[7\cdot(1-8:2)]=$$
$$9\cdot(-3-10)+18:(-9)\cdot(-2)-[7\cdot(1-4)]=$$
$$9\cdot(-13)+(-2)\cdot(-2)-[7\cdot(-3)]=$$
$$-117+4-[-21]=$$
$$-113+21=\mathbf{-92}$$

3.6 PROPIEDADES MÁS SENCILLAS DE LA MULTIPLICACIÓN

PROPIEDAD ASOCIATIVA

La **multiplicación** de números enteros cumple la propiedad **asociativa** pero la **división** de enteros **no es asociativa**.

$$\boxed{(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b}.\boldsymbol{c})}$$

Multiplicación

$(-2) \cdot (-3) \cdot (-5) = (+6) \cdot (-5) = -30$

$(-2) \cdot (-3) \cdot (-5) = (-2) \cdot (+15) = -30$

$\Rightarrow$ La multiplicación es asociativa

División

$[(-60) : (+6)] : (-2) = [-10] : (-2) = +5$

$(-60) : [(+6) : (-2)] = (-60) : [-3] = +20$

$\Rightarrow$ La división no es asociativa

PROPIEDAD CONMUTATIVA

La **multiplicación** de números enteros cumple la propiedad **conmutativa** pero la **división** de enteros **no es conmutativa**.

$$\boxed{\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{a}}$$

Multiplicación

$-7 \cdot 5 = 5 \cdot (-7) = -35$

$\Rightarrow$ La multiplicación es conmutativa

$(-5) \cdot (+9) = -(5 \cdot 9) = -(9 \cdot 5) = (+9) \cdot (-5)$

División

$20: 10 = 2$

$\Rightarrow$ La división no es conmutativa

10:20 = 0,5 (el resultado no es N)

ELEMENTO NEUTRO

Es el número que multiplicado por cualquier otro da ése último. En la multiplicación de números enteros es el 1.

$$\boxed{\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{1} = \boldsymbol{1} \cdot \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}}$$

Ejemplo nº1

$$6 \cdot 1 = 1 \cdot 6 = 6$$

$$-1 \cdot 1 = 1 \cdot (-1) = -1$$

3.7 PROPIEDADES AVANZADAS DE LA MULTIPLICACIÓN

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA DEL PRODUCTO RESPECTO DE LA SUMA

La propiedad distributiva permite transformar un producto en una suma y viceversa. En general, si a, b y c son números enteros se cumple:

$$\mathbf{a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c}$$

Ejemplo:

$$(-4) \cdot \underline{[(+3) + (-2)]} = \underline{(-4) \cdot (+3)} + \underline{(-4) \cdot (-2)}$$

$$\underline{(-4) \cdot (+1)} = \underline{(-12) + (+8)}$$

$$(-4) = (-4)$$

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA DEL PRODUCTO RESPECTO DE LA RESTA

La propiedad distributiva también permite transformar un producto en una resta y viceversa. En general, si a, b y c son números enteros, se cumple:

$$\mathbf{a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c}$$

Ejemplo:

$$(-8) \cdot \underline{[(-3) - (+2)]} = \underline{(-8) \cdot (-3)} - \underline{(-8) \cdot (+2)}$$

$$\underline{(-8) \cdot (-5)} = \underline{(+24) - (-16)}$$

$$(+40) = (+40)$$

SACAR FACTOR COMÚN

Cuando en una suma o en una diferencia de productos aparece un mismo factor en cada producto, se puede aplicar la propiedad distributiva de esta forma:

$$\mathbf{a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)}$$
$$\mathbf{a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)}$$

Esta aplicación de la propiedad distributiva se llama sacar factor común.

Ejemplo:

Sacamos factor común (+3) $(+3) \cdot (-2) + (+3) \cdot (-8) = (+3) \cdot [(-2) + (-8)]$

Sacamos factor común (-2) $(-2) \cdot (+5) - (-2) \cdot (+3) = (-2) \cdot [(+5) - (+3)]$