

TEMA 4

FRACCIONES

Criterios De Evaluación de la Unidad

- 1 Utilizar de forma adecuada las fracciones para recibir y producir información en actividades relacionadas con la vida cotidiana.
- 2 Leer, escribir, comparar y ordenar fracciones.
- 3 Calcular la fracción de una cantidad y calcular, de una cantidad conocida, una fracción de ésta.
- 4 Comparar fracciones con la unidad.
- 5 Obtener fracciones equivalentes, simplificar fracciones y obtener la fracción irreducible de una dada.
- 6 Reducir fracciones a común denominador.
- 7 Efectuar correctamente sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con fracciones
- 8 Efectuar correctamente operaciones combinadas con las reglas de prioridad y haciendo un uso adecuado de signos y paréntesis.
- 9 Calcular la fracción de una fracción.
- 10 Resolver correctamente problemas en los que se deban aplicar cálculos con
- 11 Valorar la necesidad de utilizar operaciones con fracciones en diversas situaciones de la vida cotidiana.

INDICE

1 Fracciones

1.1 Concepto

1.2 Clasificación

2 Fracciones equivalentes

2.1 Obtención de fracciones equivalentes

2.2 Fracción irreducible

2.3 Comparación, ordenación y representación

3 Operaciones con fracciones

3.1 Suma y resta

3.2 Multiplicación

3.3 División

3.4 Potencia de fracciones

1. FRACCIONES

1.1. Concepto

Las fracciones se utilizan habitualmente para representar partes de una unidad. Así, cuando decimos que las **dos terceras partes** de los asistentes han disfrutado de la película, indicamos que si dividiéramos la sala de cine en **tres** grupos, **dos** de esos grupos ha disfrutado con la película y lo representaríamos con la expresión $\frac{2}{3}$.

Una **fracción** es el cociente de dos números enteros (a y b) que se representan de la siguiente forma:

$$\frac{a}{b} \rightarrow \frac{\text{numerador}}{\text{denominador}}$$

- El **numerador** indica el número de partes iguales en se ha dividido la unidad.
- El **denominador** expresa las partes que hemos tomado

LECTURA Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FRACCIONES

Mira cómo se representan y leen las siguientes fracciones:



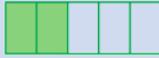
Por tanto, para leer fracciones procederíamos de la siguiente forma:

- Para designar el numerador se utiliza el nombre del número.
- Para el denominador seguiremos la siguiente regla:

| 2 y 3 | Entre 4 y 10 | >10 |
|---|---|---|
| Nombre propio: medio y tercio | Ordinal: cuarto, quinto, sexto... | Terminación -avo: onceavo, doceavo... |

1.2. CLASIFICACIÓN

Para clasificar las fracciones, simplemente las debemos compara con la unidad:

| | |
|---|--|
| <p>Fraciones propias Tienen el numerador menor que el denominador ($a < b$). Son fracciones menores que la unidad.</p> | <p>$\frac{2}{5} \rightarrow$ </p> <p>$2 < 5 \rightarrow \frac{2}{5} < 1$</p> |
| <p>Fraciones iguales a la unidad Tienen el numerador igual al denominador ($a = b$).</p> | <p>$\frac{5}{5} \rightarrow$ </p> <p>$5 = 5 \rightarrow \frac{5}{5} = 1$</p> |
| <p>Fraciones impropias Tienen el numerador mayor que el denominador ($a > b$). Son fracciones mayores que la unidad.</p> | <p>$\frac{7}{5} \rightarrow$ </p> <p>$7 > 5 \rightarrow \frac{7}{5} \rightarrow 1 \text{ unidad} + \frac{2}{5} \rightarrow 1 \frac{2}{5}$</p> |

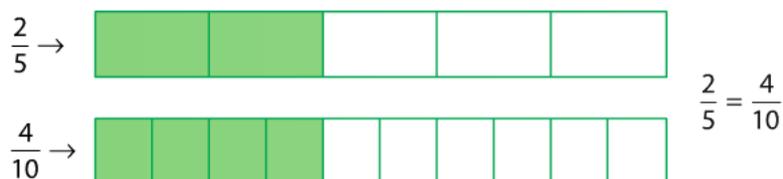
Además fíjate en esto:

Si el numerador de una fracción impropia es múltiplo del denominador, la fracción es un número **entero**. Por ejemplo.

$$\frac{27}{3} \text{ y sabemos que } 27 = M(3), \text{ por tanto, } \frac{27}{3} = 9$$

2. FRACCIONES EQUIVALENTES

Dos fracciones son equivalentes cuando representan la misma cantidad. Además cumplen que el producto de extremos es igual al producto de medios.



Como vemos en el ejemplo, ambas fracciones representan la misma cantidad y además al realizar los productos cruzados, obtenemos el mismo número:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} \Rightarrow 2 \cdot 10 = 5 \cdot 4 = 20$$

2.1. Obtención de fracciones equivalentes

Vamos a ver dos procedimientos para obtener fracciones equivalentes a una fracción dada, por ejemplo $\frac{8}{12}$.

AMPLIACIÓN DE FRACCIONES

Consiste en multiplicar el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número mayor que la unidad.

$$\frac{8}{12} \xrightarrow{\times 3} \frac{24}{36}$$

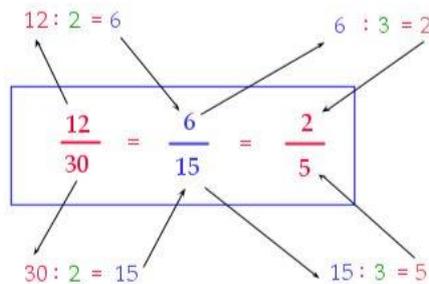
REDUCCIÓN DE FRACCIONES

Consiste en dividir numerador y denominador de una fracción por un mismo número, que será el M.C.D.

$$\frac{8}{12} \xrightarrow{:2} \frac{4}{6}$$

2.2. Fracción irreducible

Si dividimos el numerador y el denominador hasta que no existan más divisores comunes, obtenemos la **fracción irreducible**.

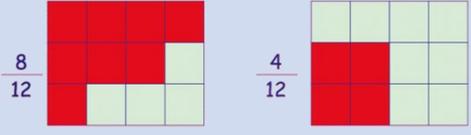
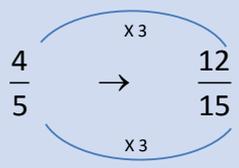
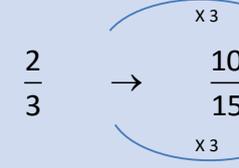


Pero existe una forma mucho más rápida para obtener la fracción irreducible y es dividir numerador y denominador por el **M.C.D.** de ambos.

$$M.C.D.(12,30) = 6 \rightarrow \frac{12}{30} \rightarrow \frac{12:6}{30:6} = \frac{2}{5}$$

2.3. Comparación, ordenación y representación

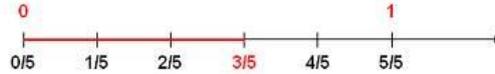
Dos fracciones equivalentes representan la misma cantidad, la misma parte de la unidad, pero si no son equivalentes, ¿cómo sabemos cuál es mayor?

| Fracciones con el mismo denominador | Fracciones con el mismo numerador |
|---|--|
|  $\frac{8}{12} > \frac{4}{12}$ <p>La fracción $\frac{8}{12}$ es mayor que la fracción $\frac{4}{12}$ ya que representa una parte mayor de la unidad:</p> $\frac{8}{12} > \frac{4}{12}$ <p>Si dos fracciones tienen el mismo denominador es mayor la que tiene el numerador mayor.</p> |  $\frac{1}{8} < \frac{1}{6}$ <p>La fracción $\frac{1}{6}$ es mayor que la fracción $\frac{1}{8}$ porque representa una parte mayor de la unidad:</p> $\frac{1}{6} > \frac{1}{8}$ <p>Si dos fracciones tienen el mismo numerador es mayor la que tiene el menor denominador.</p> |
| Fracciones con distinto numerador y denominador | |
| <p>Para comparar fracciones con distinto numerador y denominador debemos reducirlas a común denominador. Por ejemplo, vamos a comparar las fracciones: $\frac{4}{5}$ y $\frac{2}{3}$.</p> <p>Para ello debemos obtener el m.c.m(5,3)=15</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="287 1254 526 1422">  </div> <div data-bbox="766 1254 1005 1422">  </div> </div> <p>Luego, como:</p> $\frac{12}{15} > \frac{10}{15}$ <p>Entonces:</p> $\frac{4}{5} > \frac{2}{3}$ | |

También se pueden comparar fracciones gráficamente representándolas en una recta numérica.

Para representar **fracciones propias**, simplemente dividiremos la unidad en tantas partes como nos indique el denominador y cogeremos las que nos indique el numerador.

Por ejemplo, vamos a representar la fracción $\frac{3}{5}$. Por tanto dividimos la unidad en 5 partes y seleccionamos 3.



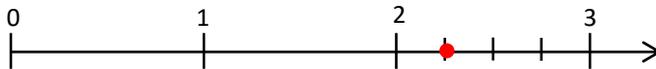
Para representar **fracciones impropias**, deberemos hacer un paso intermedio que es obtener el **número mixto** de dicha fracción.

Por ejemplo, vamos a representar la fracción $\frac{9}{4}$.

- 1º Paso: obtener el número mixto.

$$\frac{9}{4} \rightarrow \begin{array}{r} 9 \ \underline{4} \\ 1 \ 2 \end{array} \rightarrow \frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$$

- 2º Paso: representamos el número mixto en la recta $2 + \frac{1}{4}$



3. OPERACIONES CON FRACCIONES

A continuación vamos a estudiar la suma y resta y la multiplicación y división con fracciones.

3.1. Suma y resta

En la **suma** y **resta** de fracciones podemos encontrarnos con dos casos:

- Si las fracciones tienen el **mismo denominador**, se suman o restan los numeradores y se mantiene el denominador común.

$$\frac{4}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4+1}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{7}{6} - \frac{3}{6} = \frac{7-3}{6} = \frac{4}{6}$$

- Si las fracciones tienen **distinto denominador**, se reducen a común denominador y, después, se suman o restan los numeradores y dejamos el nuevo denominador obtenido.

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{4 + 18 - 15}{24} = \frac{7}{24}$$

m.c.m. (6, 4, 8) = 24

| | | |
|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| $24 : 6 = 4$ | $24 : 4 = 6$ | $24 : 8 = 3$ |
| $\frac{1}{6} = \frac{4}{24}$ | $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$ | $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$ |

PROPIEDADES DE LA SUMA DE FRACCIONES

| PROPIEDAD | ENUNCIADO | EJEMPLO |
|------------------------|--|---|
| Conmutativa | Si cambiamos el orden de los sumandos, el resultado no varía. $\frac{a}{b} + \frac{d}{c} = \frac{d}{c} + \frac{a}{b}$ | $\frac{3}{2} + \frac{4}{3} = \frac{4}{3} + \frac{3}{2}$ $\frac{17}{6} = \frac{17}{6}$ |
| Asociativa | El resultado no depende de la forma en la que se agrupan los sumandos. | $\frac{1}{2} + \left(\frac{5}{4} + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{4}\right) + \frac{1}{3}$ |
| Elemento neutro | El 0 es el elemento neutro de la suma, pues al sumar 0 a cualquier número se obtiene el mismo número. | $\frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$ |

| | | |
|-------------------------|--|---|
| Elemento opuesto | Toda fracción $\frac{a}{b}$ tiene otra opuesta, $-\frac{a}{b}$. Al sumarlas, da 0. | $\frac{4}{5} + \left(-\frac{4}{5}\right) = 0$ |
|-------------------------|--|---|

3.2. MULTIPLICACIÓN

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

Al multiplicar dos fracciones, se obtiene otra fracción cuyo **numerador** es el **producto de los numeradores** y el **denominador** es el **producto de los denominadores**.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Por ejemplo:

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{20}{6} \rightarrow \frac{10}{3}$$

Si te fijas bien, el resultado final **siempre** debe estar **simplificado al máximo**.

MULTIPLICACIÓN DE UN NÚMERO POR UNA FRACCIÓN

Para multiplicar un número por una fracción hay que tener en cuenta que los números naturales o enteros son fracciones con denominador 1.

Por lo tanto, el resultado será una fracción cuyo numerador será el producto del número por el numerador y el denominador será el de la fracción.

Por ejemplo:

$$6 \cdot \frac{4}{3} = \frac{6 \cdot 4}{3} = \frac{24}{3} \rightarrow 8$$

Si te fijas bien, el resultado final **siempre** debe estar **simplificado al máximo**.

FRACCIÓN INVERSA

Para obtener la fracción **inversa** de una fracción, simplemente basta con intercambiar en numerador por el denominador, es decir, girar la fracción.

$$\frac{2}{3} \rightarrow \frac{3}{2}$$

3.3. DIVISIÓN

Al dividir dos fracciones, se obtiene otra fracción cuyo numerador es el resultado del multiplicar el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda. El denominador se obtiene multiplicando en denominador de la primera por el numerador de la segunda. O lo que es lo mismo, hacemos producto cruzado.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Otra forma de hacer la división de fracciones consiste en multiplicar la primera fracción por la inversa de la segunda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Veamos un ejemplo:

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 2} = \frac{15}{8}$$