MATEMÁTICAS
1º ESO

APUNTES
EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Laura Vallés Rubio
Francisco Rocher Aparici

SEGUNDO TRIMESTRE

TEMA 6

PROPORCIONALIDAD

Criterios De Evaluación de la Unidad

1 Diferenciar la razón de una fracción

2 Reconocer y diferenciar magnitudes directamente proporcionales de las inversamente proporcionales.

2 Aplicar la regla de tres directa e inversa a la resolución de problemas de la vida cotidiana

3 Representar magnitudes proporcionales mediante tablas y gráficas adecuadas.

4 Emplear el tanto por ciento en situaciones reales, como IVA, descuentos, etc.

5 Interpretar mapas y planos, usando correctamente las diferentes escalas.

6 Resolver problemas, empezando con la resolución de un caso más sencillo y aplicando las conclusiones obtenidas para resolver el planteado.

Cómo se va a evaluar

La nota de este tema se determinará de la siguiente manera:

Examen del tema: 60% ; Libreta + HE= 30% ; Comportamiento + actitud en aula= 10%

Actitud: Si durante el período de desarrollo del tema no se traen los deberes hechos o el material correspondiente, incluida la calculadora, se restara 0.5 por cada incidencia de la nota final.

INDICE

1. MAGNITUD Y MEDIDA

Desde el principio de nuestra historia, hemos tenido necesidad de medir, por ejemplo, para cuantificar la tierra cultivada, la distancia recorrida entre ciudades o pueblos, la cantidad de agua necesaria para el riego de una plantación….

La **magnitud** es aquella cualidad o propiedad que se puede medir. **Medir** es determinar la cantidad de una magnitud comparándola con otra medida que se toma como unidad. Para ello, se emplean instrumentos de medida como la balanza, el metro, el termómetro…

2. RAZÓN Y PROPORCIÓN

Veamos un ejemplo gráfico que nos ayudará a comprender ambos conceptos.

En el ejemplo anterior, ¿cuáles son las cantidades que debemos comparar?

La cantidad de canastas encestadas y la cantidad de tiros:

Jugador 1 - 18 canastas encestadas en 45 tiros

Jugador 2 - 6 canastas encestadas en 15 tiros

*La **razón** es el cociente entre dos números o cantidades, a y b, que se pueden comparar entre sí):* $\frac{a}{b}$

La razón en este ejemplo se puede escribir de la siguiente forma:

Jugador 1 - $\frac{18}{45}$ y se lee "18 es a 45"

Jugador 2 - $\frac{6}{15}$ y se lee "6 es a 15"

Si calculamos el **valor de la razón** entre las canastas encestadas y los tiros del primer jugador obtenemos:

Jugador 1 - $\frac{18}{45} = 0{,}4$

Jugador 2 - $\frac{6}{15} = 0{,}4$

Esto significa que los jugadores encestan **4** canastas cada **10** tiros, o encestan **2** canastas cada **5** tiros.

Podríamos completar el siguiente cuadro:

N° de canastas encestadas	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
N° de tiros	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

No podemos decir que un jugador es mejor tirador que el otro, ya que la razón entre la cantidad de canastas encestadas y la cantidad de tiros es la misma en ambos jugadores, encestan **2** canastas cada **5** tiros cada uno.

Como se observa en la tabla, hemos obtenido el número de canastas encestadas en función del número de tiros puesto que sabemos que de cada 5 tiros se encestan 2 canastas, es decir, la razón es 0,4.

De hecho, si ahora hiciéramos cada una de las divisiones de la tabla, siempre obtendríamos como valor 0,4. Veamos:

$$\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{6}{15}=\frac{8}{20}=\frac{10}{25}=\frac{12}{30}=\frac{14}{35}.....=\frac{20}{50}=0,4$$

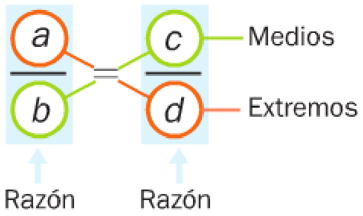
Decimos que estas razones guardan la misma **proporción**.

*<u>Una **proporción** es una igualdad entre dos razones:</u>*

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

*<u>Los términos **a** y **d** se denominan **extremos** y los términos **c** y **d**, **medios.**</u>*

<u>En toda proporción se cumple que el producto de los medios es igual al producto de los extremos.</u>



Ejemplo:

En una clase de 30 personas hay 16 chicas. Indica la razón entre:

a) *El número de chicos y de chicas.*

   Si hay un total de 16 chicas y en la clase hay 30 persona, hay por lo tanto 30-16=14 chicos.

   Así pues la razón entre chicos y chicas es: $\frac{14}{16}=\frac{7}{8}$

b) *El número de chicas y el número total de personas.*

   Del mismo modo, será $\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$

3. MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Un metro de cinta vale 4€. ¿Cuánto valdrán 3m, 6m, 10m, 12m?

Una forma de resolver el problema es la siguiente:

Si **1m** vale **4€** ⇒ **3m** valdrán **3** veces **4€** ⇒ Es decir: **3 x 4 = 12€**

Lo mismo se hace para los otros casos.

Pero es mejor elaborar un cuadro donde aparezcan relacionados el número de metros y el precio:

METROS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PRECIO	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48

Observa:

- Si aumenta el número de metros, también aumenta el precio.
- Si disminuye el número de metros, también disminuye el precio.

Si dividimos cada precio por el número de metros que le corresponde, podemos comprobar que:

El cociente es siempre 4, es decir, la **razón** entre el precio y el número de metros es **constante**.

Los metros son una **magnitud** y el precio es otra **magnitud**.

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** si:

1. Al aumentar una de las magnitudes, también aumenta la otra; o al disminuir una de las magnitudes también disminuye la otra,
2. El **cociente** de las dos magnitudes es siempre el mismo (constante).

En muchos problemas de la vida real intervienen dos magnitudes directamente proporcionales. Conociendo tres cantidades nos piden calcular un cuarto dato.

Para resolverlos disponemos de dos métodos, el primero es el método de reducción a la unidad, en el que hay que dar los siguientes pasos:

REDUCCIÓN A LA UNIDAD

El **método de reducción a la unidad** consiste en calcular el valor que corresponde a la unidad de una de las magnitudes, para poder calcular el valor que corresponde a cualquier cantidad.

Si 5 lápices cuestan 2 €. ¿Cuánto costarán 8 lápices?

a) *¿Son directamente proporcionales?*
   Las magnitudes nº de lápices y coste son directamente proporcionales. Doble, triple... nº de lápices costarán doble, triple...

b) *¿Cuánto costarán 8 lápices?*

Paso 1: Calcular el valor de una unidad.

$$\text{1 lápiz costará: } \frac{2}{5} = 0{,}4\ €$$

Paso 2: Calcular el valor de las 8 unidades.

$$\text{8 lápices costarán: } 0{,}4\ € \cdot 8 = 3{,}2\ €$$

La otra forma de resolver los problemas en los que intervienen dos magnitudes directamente proporcionales es mediante una regla de tres directa simple

REGLA DE TRES

Dadas tres cantidades conocidas a, b y c, se trata de encontrar una cuarta x de manera que forme proporción con las otras tres:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

Esta proporción se representa como una **regla de tres.**

$$\begin{array}{ccc} a & \rightarrow & c \\ b & \rightarrow & \color{red}{x} \end{array}$$

La regla de tres directa se resuelve multiplicando las dos cantidades conocidas situadas en la diagonal y se divide el resultado por la tercera cantidad conocida:

Se divide

Se multiplica

$$\begin{array}{ccc} a & \rightarrow & c \\ b & \rightarrow & \color{red}{x} \end{array} \longrightarrow \quad \color{red}{x} = \frac{b \cdot c}{a}$$

Para explicar este método, utilizaremos el mismo ejemplo que el anterior.

Si 5 lápices cuestan 2 €. ¿Cuánto costarán 8 lápices?

a) ¿Cuánto costarán 8 lápices?

Lápices		*Euros (€)*
5	————	*2*
8	————	*x*

Resolvemos la regla de tres tal y como hemos visto:

$$x = \frac{8 \cdot 2}{5} = 3{,}2€$$

Como podéis ver, el resultado es el mismo utilicemos un método u otro.

4. MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

En una competencia de atletismo se fijaron los premios para los primeros cinco puestos:

Premios	
1°	7.200 €
2°	3.600 €
3°	2.400 €
4°	1.800 €
5°	1.440 €

Observa que a mayor puesto le corresponde menor premio y a menor puesto le corresponde mayor premio.

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando, al multiplicar o dividir una de ellas por un número cualquiera, la otra queda dividida o multiplicada por el mismo número.

Si multiplicamos cada puesto por el premio que le corresponde, comprobamos que:

El producto es siempre 7.200, es decir, el **producto** entre el puesto y el premio es **constante**.

Las magnitudes **puesto ocupado** y **premio obtenido** son **inversamente proporcionales**.

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si:

1. Al aumentar una de las magnitudes la otra disminuye (en la misma cantidad), y
2. El **producto** de las dos magnitudes es siempre el mismo (constante).

REDUCCIÓN A LA UNIDAD

18 alumnos han pagado 6 euros cada uno para comprar un regalo a una compañera, ¿cuánto tendrá que pagar cada uno si al final participan 24 alumnos?

a) ¿Son inversamente proporcionales?

*Son magnitudes **inversamente proporcionales**, ya que a **más** participantes en el regalo pagarán **menos**.*

b) *¿Cuánto pagarán si participan 24 alumnos?*

	Nº de personas		*euros*	
:18	*18*	Como es inversa, si una magnitud aumenta, la otra disminuye en la misma cantidad	*6*	x18
X24	*1*		*108*	:24
	24		*4,5*	

Por lo tanto, si al final participan 24 alumnos en el regalo, deberán pagar 4,5€ cada uno.

REGLA DE TRES INVERSA

Es el método más sencillo y utilizado para calcular una cantidad que forma proporción con otras tres magnitudes que son inversamente proporcionales. La manara de resolver la regla de tres en este caso es EN LÍNEA, a diferencia de la directa que es en cruz.

Se multiplica

$a \rightarrow c$

Se divide

$b \rightarrow x$

$$x = \frac{a \cdot c}{b}$$

18 alumnos han pagado 6 euros cada uno para comprar un regalo a una compañera, ¿cuánto tendrá que pagar cada uno si al final participan 24 alumnos?

a) *¿Son inversamente proporcionales?*

*Son magnitudes **inversamente proporcionales**, ya que a **más** participantes en el regalo pagarán **menos**.*

c) *¿Cuánto pagarán si participan 24 alumnos?*

Alumnos	*Euros (€)*
18	*6*
24	*x*

Al ser magnitudes inversamente proporcionales, se calcula de la siguiente forma: $x = \frac{18 \cdot 6}{24} = 4{,}5€$

O lo que es lo mismo, si giramos la magnitud que lleva la incógnita (x), la podemos tratar como si fuera DIRECTA.

Alumnos	*Euros (€)*
18	*x*
24	*6*

$$x = \frac{18 \cdot 6}{24} = 4{,}5€$$

5. PORCENTAJES

Podemos definir el porcentaje o tanto por ciento como una razón entre dos cantidades, considerando que el denominador es el 100. Y lo expresamos añadiendo el símbolo %.

Vamos a verlo con un ejemplo.

Un futbolista ha tirado a portería durante el partido, 16 veces de las cuales 4 han sido gol.

Primero que nada veremos la ***razón*** *entre el número de lanzamientos y los goles marcados.*

$$\frac{4}{16} = 0,25$$

Esto quiere decir que el futbolista tiene una efectividad de 0,25 por cada lanzamiento. Hemos hallado el ***tanto por uno.***

Pero nos interesa saber que efectividad tendrá por cada ***100*** *lanzamientos, para ello simplemente multiplicaremos el* ***tanto por uno*** *por* ***100*** *para obtener el* ***tanto por cien.***

$$\frac{4}{16} = 0,25$$

$$0,25 \cdot 100 = 25\%$$

Así pues, podemos decir que este futbolista tiene una efectividad marcando goles del 25% de los lanzamientos a portería.

5.1 Cálculo de porcentajes

Para calcular porcentajes, podemos hacer reglas de tres directas de modo que el cálculo resulta mucho más sencillo.

Vamos a ver varios ejemplos.

Ejemplo 1: Cálculo del % de una cantidad

Calcular el 24% de 4200.

Cantidad		Tanto %
4200	———	100
x	———	24

$$x = \frac{4200 \cdot 24}{100} = 1008$$

Ejemplo 2: Cálculo del porcentaje sabiendo el resultado.

¿Qué porcentaje de 500 representa 125?

Cantidad		Tanto %
500	———	100
125	———	x

$$x = \frac{125 \cdot 100}{500} = 25$$

Ejemplo 3: Cálculo de una cantidad sabiendo el resultado y el porcentaje.

El 75% de cierta cantidad es 150. ¿De qué cantidad hablamos?

Cantidad		Tanto %
x	———	100
150	———	75

$$x = \frac{150 \cdot 100}{75} = 200$$

5.2. Disminuciones porcentuales

Cuando llegan ciertas épocas del año, solemos ver en las grandes almacenes y tiendas muchos carteles anunciando REBAJAS. Algo así:

Vamos a ver un ejemplo:

Ya he llegado el verano y en unos grandes almacenes han empezado las rebajas. Hay carteles por todas partes anunciando grandes descuentos.

Buscando una buena oportunidad para comprarse unas deportivas, Óscar ha visto el siguiente cartel:

Entonces si las deportivas que le gustan, costaban 85€ sin aplicar el descuento, ¿cuánto tendrá que pagar por ellas aplicando este descuento del 70%?

Podemos resolverlo de dos formas distintas:

A. *Calculamos el importe del descuento aplicado y se le restamos al importe inicial.*

- *Calcularemos primero el cuánto es el 70% de 85€.*

Cantidad		Tanto %
85	————	100
x	————	70

$$x = \frac{85 \cdot 70}{100} = 59{,}5€$$

O bien, pasando a decimales: 0,7 · 85€ = 59,5€

El descuento es de 59,5€

- *Restamos este descuento a la cantidad inicial.*

85€ - 59,5€ = 25,5€. *Pagaremos por las deportivas 25,5€*

B. *Podemos calcular directamente el precio rebajado.*

Si la rebaja es de un 70%, significa que debemos pagar (100 – 70) %, un 30% de las deportivas.

De modo que:

$$30\% \text{ de } 85€ = 0{,}3 \cdot 80 = 25{,}5€$$

Por tanto, cuando tenemos un problema de "REBAJAS" o disminuciones porcentuales:

Disminución de A%

Precio anterior	*precio rebajado*
100	*100 - A*

Para obtener directamente el precio rebajado al A% se calculará el (100 – A) % de dicho precio.

5.3 Aumentos porcentuales

Podemos encontrarnos con algunas situaciones en las que al precio de cierto artículo, se le tenga que aplicar un aumento de un %. El ejemplo más claro que conocemos es el aumento de IVA. Por ejemplo:

Al comprar un ordenador portátil en un portal web, nos indican lo siguiente:

¿Cuánto nos cuesta realmente este ordenador portátil?

Al igual que antes, lo podemos resolver de dos modos distintos:

A. *Calcular el importe del incremento y sumarlo al precio inicial.*
   - *Calculamos el 21% de 600€.*

     21% de 600€ = $\frac{21}{100} \cdot 600 = 0,21 \cdot 600 = 126€$

   - *Sumamos esta cantidad al precio inicial.*

     600€ + 126€ = 726 € nos costará el portátil.

B. *Calcular directamente el precio final.*

   Si el aumento es del 21% (IVA), significa que debemos pagar (100 + 21) %, un 121% del portátil.

   De modo que:

$$121\% \text{ de } 600€ = \frac{121}{100} \cdot 600 = 1,21 \cdot 600 = 726€$$

Por tanto, cuando tenemos un problema de aumentos porcentuales:

Aumento de A%

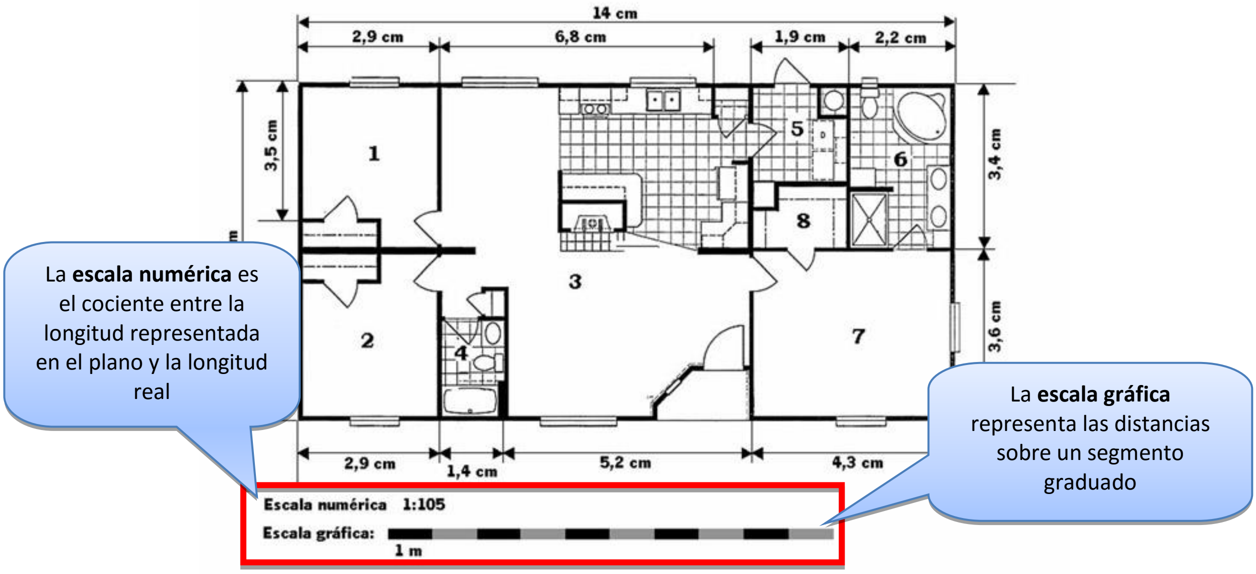
Precio anterior	*precio rebajado*
100	*100 + A*

Para obtener directamente el precio rebajado al A% se calculará el (100 + A) % de dicho precio.

6. ESCALAS, MAPAS Y PLANOS

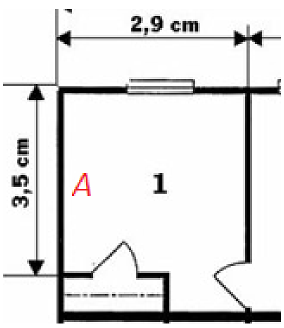
Si quisierais dibujar en un papel las dimensiones reales de vuestra habitación, evidentemente no cabría, ¿verdad?

Para poder dibujar en el papel objetos de grandes dimensiones, lo tendríamos que hacer a **escala**.



En la imagen de arriba, vemos el plano de una vivienda hecho a escala 1:105, pero ¿Qué significa?

Significa que por cada cm que midamos en el plano, corresponde a 105 cm de la realidad. Por lo tanto si nos fijamos en la habitación número 1.



La pared A mide 3,5cm en el papel, ¿Cuánto mide en la realidad?

Pues conociendo que la escala es 1:105, calculamos:

1cm en plano $\xrightarrow{\text{son}}$ *105 cm en la realidad*

3,5 cm en el plano $\xrightarrow{\text{serán}}$ *x cm en la realidad*

$$\frac{1}{3,5} = \frac{105}{x} \longrightarrow x = \frac{3,5 \cdot 105}{1} = 367,5 \ cm$$

TEMA 8

EXPRESIONES ALGEBRÁICAS

Criterios De Evaluación de la Unidad

1 Reconocer expresiones algebraicas y utilizarlas para expresar relaciones entre diferentes magnitudes, calculando el valor numérico de dichas expresiones en caso de que sea necesario.

2 Desarrollar igualdades notables y potencias de polinomios de exponente 2.

3 Calcular sumas, restas, productos y cocientes de monomios.

4 Calcular sumas, restas, productos de polinomios y cocientes de un polinomio por un monomio.

5 Identificar en un polinomio el grado, el número de términos y el coeficiente y parte literal de cada término.

Cómo se va a evaluar

La nota de este tema se determinará de la siguiente manera:

Examen del tema: 60% ; Libreta + HE= 30% ; Comportamiento + actitud en aula= 10%

Actitud: Si durante el período de desarrollo del tema no se traen los deberes hechos o el material correspondiente, incluida la calculadora, se restara 0.5 por cada incidencia de la nota final.

INDICE

1. EXPRESIONES ALGEBRAICAS

El **lenguaje numérico** expresa la información matemática a través de los números, pero en algunas ocasiones, es necesario utilizar letras para expresar números desconocidos.

El **lenguaje algebraico** expresa la información matemática mediante letras y números. Por ejemplo:

- Un número cualquiera: x (también puede ser otra letra)
- La mitad de un número: $\frac{x}{2}$
- El triple de un número más la quinta parte de otro número: $3x + \frac{y}{5}$
- La edad de mi primo Luís hace 9 años: $x - 9$

Una **expresión algebraica** es una combinación de números y letras unidos mediante operaciones aritméticas.

Ejemplo:

Laura tiene tres hermanos y sus edades son las siguientes:

Pablo tiene dos años menos que ella, Lucas es dos años mayor que ella y Óscar le dobla la edad.

a) ¿Cuántos años tiene cada uno si Laura tiene 10 años?

	Pablo	*Lucas*	*Óscar*
Edad de Laura = 10 años	*10 – 2 = 8*	*10 + 2 = 12*	*10 · 2 = 20*

b) ¿Podríamos resolver este problema si conocer la edad de Laura?

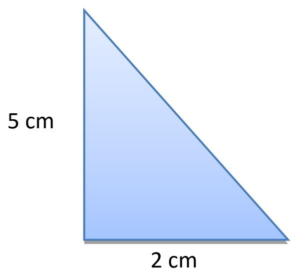
	Pablo	*Lucas*	*Óscar*
Edad de Laura = X años	*X – 2*	*X + 2*	*2X*

VALOR NUMÉRICO

El **valor numérico** de una expresión algebraica es el número que resulta de sustituir las letras por números y realizar las operaciones indicadas.

Por ejemplo:

Calcular el área del siguiente triángulo:



La expresión algebraica que define el área del triángulo es:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Para obtener el valor numérico del área del triángulo, simplemente debemos sustituir las letras por los números correspondientes:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 5}{2} = 5 \ cm^2$$

Ejemplo:

Calcular el valor numérico de 2x + 5y – z para:

a) $x = 2,\ y = 5,\ z = 0$

$2 \cdot 2 + 5 \cdot 5 - 0 = 4 + 25 - 0 = 29$

b) $x = \frac{1}{2},\ y = 5,\ z = \frac{7}{4}$

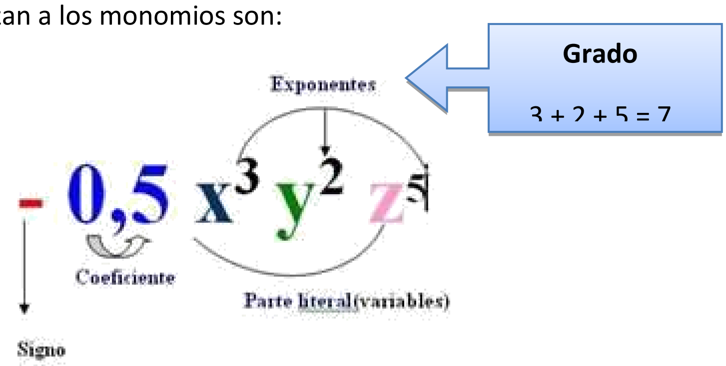
$2 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot 5 - \frac{7}{4} = 1 + 25 - \frac{7}{4} = 26 - \frac{7}{4} = \frac{97}{4}$

2. MONOMIOS Y POLINOMIOS

La expresión algebraica que sólo tiene un término se denomina **monomio**, si tiene dos términos **binomio**, si tiene tres **trinomio**, y en general, si está formada por varios términos, se denomina **polinomio.**

- Monomios → a^2, axy, b^2z, $-5xy^2$
- Binomios → a + b, x – 5y, $-2x^2 + 5ab^3$
- Polinomios → $2x^2 + 3y - z$,

Los elementos que caracterizan a los monomios son:



- Coeficiente → Lo forman el signo y la parte numérica del monomio.
- Parte literal → Las letras que forman el monomio incluidos sus exponentes.
- Grado → La suma de los exponentes de la parte literal.

En el caso de los **polinomios**, el grado coincide con el del término que mayor exponente o grado tiene.

$$\underbrace{2xy^5}_{\boxed{6}} + \underbrace{3x^2y}_{\boxed{3}} - \underbrace{6x^4y^4}_{\boxed{8}}$$

El término cuyo grado es mayor, tiene grado 8. Por lo que este polinomio tiene grado 8.

$$\underbrace{3x^2y}_{\boxed{3}} + \underbrace{2xy^2}_{\boxed{3}} - \underbrace{4xy^2}_{\boxed{3}}$$

En este caso todos los términos tienen el mismo grado, luego el polinomio tiene grado 3.

$$\underbrace{4x^5y^4z}_{\boxed{10}} + \underbrace{2xy^3z^2}_{\boxed{6}} - \underbrace{4x^2yz^2}_{\boxed{5}}$$

El término cuyo grado es mayor, tiene grado 10. Por lo que este polinomio tiene grado 10.

MONOMIOS SEMEJANTES

Observa los siguientes monomios:

$-2xy^2$ $\qquad\qquad$ $\frac{5}{8}xy^2$ $\qquad\qquad$ $3\,xy^2$

Todos ellos tiene algo en común: la **misma parte literal**, es decir, las mismas letras elevadas al mismo exponente.

Dos o más monomios son **semejantes** si tienen la **misma parte literal**.

3. OPERACIONES CON MONOMIOS

3.1 Suma y resta de monomios

Sólo se pueden sumar y restar monomios que tienen la **misma parte literal**, es decir, entre **monomios semejantes.**

- Se suman o restan los coeficientes
- Se deja la misma parte literal

$$\underbrace{2a+5a}_{2+5=7}=a+a+a+a+a+a+a=7a$$

$$\underbrace{4a-a}_{4-1=3}=(a+a+a+a)-a=3a$$

Recordar: Cuando la parte numérica de un monomio es 1, no se escribe.

3.2 Producto de monomios

La multiplicación de un número por un monomio o entre monomios, se puede realizar siempre ya que **NO** es necesario que tengan la **misma parte literal.**

Multiplicación de un número por un monomio

- Se multiplican los coeficientes

$$2\cdot(4x^2y)=8x^2y \quad (2 \cdot 4 = 8)$$

- Se deja la misma parte literal

$$\frac{1}{5}\cdot(25ab^2)=\frac{1}{5}\cdot 25ab^2=5ab^2 \quad \left(\frac{1}{5}\cdot 25 = 5\right)$$

Multiplicación de monomios

- Se multiplican los coeficientes

$$4a\cdot 5a^3=(4\cdot 5)a^{1+3}=20a^4 \quad (4 \cdot 5 = 20)$$

- Se multiplican las partes literales teniendo en cuenta las propiedades de las potencias.

$$7x^2\cdot 3xy=(7\cdot 3)x^{2+1}y=21x^3y \quad (7 \cdot 3 = 21)$$

3.3 Cociente de monomios

- Se dividen los coeficientes

$$10x^3 : 5x^2 = \overbrace{(10 : 5)}^{10:5=2}x^{3-2} = 2x$$

- Se dividen las partes literales teniendo en cuenta las propiedades de las potencias.

$$9x^2 : 3xy = \overbrace{(9 : 3)}^{9:3=3}x^{2-1}y = 3xy$$

TEMA 9

ECUACIONES

Criterios De Evaluación de la Unidad

1 Diferenciar e identificar los miembros y los términos de una ecuación. (1º ESO)

2 Reconocer si un valor dado es solución de una determinada ecuación. (1º ESO)

3 Conocer y aplicar las técnicas básicas para la transposición de términos. (1º ESO)

4 Resolver ecuaciones del tipo $ax + b = cx + d$ o similares. (1º ESO)

5 Resolver ecuaciones con paréntesis y corchetes. (1º ESO)

6 Resolver problemas sencillos de números y figuras geométricas. (1º ESO)

7 Entender cómo se generan y reconocer un par de ecuaciones equivalentes.

8 Utilizar las ecuaciones para resolver problemas. (1º ESO/2ºESO)

9 Resolver ecuaciones con denominadores (1º ESO/2º ESO)

La nota de este tema se determinará de la siguiente manera:

Examen del tema: 60% ; Libreta + HE= 30% ; Comportamiento + actitud en aula= 10%

Actitud: Si durante el período de desarrollo del tema no se traen los deberes hechos o el material correspondiente, incluida la calculadora, se restara 0.5 por cada incidencia de la nota final.

INDICE

IGUALDAD, IDENTIDAD Y ECUACIÓN

1.1 Igualdad

La siguiente expresión es una igualdad puesto que si realizamos las operaciones del primer miembro, obtenemos como resultado el segundo miembro.

$$(5+9) - 3 = 11$$

Una **igualdad** se compone de dos expresiones numéricas del mismo valor que están unidas por el signo igual (=)

1.2 Identidad

Una Identidad es una **igualdad** algebraica, esto es, una igualdad en la que aparecen números y letras que **siempre se cumple**, sean cuales sean los valores de las incógnitas.

$$(x+y)^2 = x^2+2xy+y$$

1.3 Ecuación

Una **ecuación** es una igualdad algebraica que es cierta para algunos valores de las incógnitas y falsa para otros.

Por tanto, la diferencia entre identidad y ecuación es que la identidad siempre es cierta, mientras que la ecuación no.

El valor o valores de la incógnita que hacen que la igualdad se cumpla se llaman **solución** de la ecuación

2. ECUACIONES DE PRIMER GRADO

PARTES DE UNA ECUACIÓN

Miembros: son las expresiones que aparecen a cada lado del signo de la igualdad.

Términos: son cada uno de los sumandos que forman los miembros. El primer término de izquierda a derecha no lleva signo si es positivo

PRIMER MIEMBRO **SEGUNDO MIEMBRO**

$$\overbrace{3x - 4} = \overbrace{x + 8}$$

TÉRMINOS

El **primer miembro** es todo lo que hay a la **izquierda** del signo igual**(=)**

El **segundo miembro** es todo lo que hay a la **derecha** del signo igual**(=)**

Incógnitas: son las letras que aparecen en la ecuación, se suele emplear la **X** y representa un valor desconocido. Normalmente se emplea la **X** pero puede emplearse cualquier letra.

$$3x - 4 = x + 8$$

Coeficientes: son los números o fracciones que acompañan a la incógnita incluyendo su signo. (Como sabemos si no hay se considera que es el "**1**").

p.e. en la expresión $3x - 4 = x + 8$ son el 3 y el 1; $3x - 4 = 1x + 8$

p.e. en la expresión $-7x - 25 = 10$ es el -7; $-7x - 25 = 10$

Términos independientes: son los números o fracciones que no acompañan a la incógnita (incluyendo su signo)

$$3x - 4 = x + 8$$

GRADO DE UNA ECUACIÓN

Se llama **grado** de una **ecuación** al **mayor exponente** al que está elevada la incógnita que aparece en una ecuación.

Cuando no aparece exponente el exponente es 1, por eso estas dos expresiones tienen el mismo valor aunque se utilice $2x = 2x^1$.

- **p.e.** $2x + 5 = 3x - 1$ es una ecuación de 1º grado porque $\boldsymbol{x}$ está en todos los casos elevada al 1 o "sin exponente".
- **p.e.** $x^2 + 1 = 2x + 4$ es una ecuación de 2º grado porque $\boldsymbol{x}$ con exponente mayor está elevada al cuadrado.
- **p.e.** $\boldsymbol{x^3 - 1 = x^3 + x^2}$**+2** una ecuación de 3º grado porque $\boldsymbol{x}$ con exponente mayor está elevada al cubo (3).

2.1 Resolución de ecuaciones de primer grado

Para resolver una ecuación **despejamos** la **incógnita**, es decir la dejamos sola en uno de los miembros y en el otro miembro dejamos los números.

Para **despejar** una incógnita necesitamos **transponer** (cambiar de lado) los otros términos. Para **cambiar** de lado los términos puede ser necesario sumar, restar, multiplicar o dividir el mismo número en los dos miembros de una ecuación, al hacerlo en los dos lados obtenemos una ecuación equivalente (con la misma solución y a partir de la cual seguimos operando).

Para seguir operando lo despejado se **reducen** (suman o restan) los términos semejantes **y** así **se obtiene una solución**.

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO. SUMA Y RESTA

En primer lugar abordaremos casos sencillos en los que está expresada una suma o una resta. En estos casos iniciales solo habrá un término con incógnita y el resto serán números (términos independientes sin incógnita).

PRIMER CASO

Para despejar la **x** tenemos que quitar la **a.** Para ello hay que restarla, pero hay que hacerlo en los dos lados de la igualdad, sino la igual dad dejaría de cumplirse.

suma

x +a = b $\longrightarrow$ **x+a-a= b-a**

$\dashrightarrow$ **x= b-a**

En la práctica lo que ocurre es:

"Lo que está sumando pasa al otro miembro restando"

Ejemplo

x+5 = 7	*Para despejar la **x** sobra el **5** del primer miembro*
x+5-5 = 7-5	*Restamos **5** en los dos términos*
x=7- 5	*La **x** ya esta despejada, reducimos términos*
x=2	*La solución es x=2*

SEGUNDO CASO

Para despejar la **x también** tenemos que quitar la **a.** Para ello hay que sumarla, pero hay que hacerlo en los dos lados de la igualdad, sino la igual dad dejaría de cumplirse.

resta

x-a= b $\longrightarrow$ **x-a +a=b +a**

$\dashrightarrow$ **x= b+a**

En la práctica lo que ocurre es:

"Lo que está restando pasa al otro miembro sumando"

Ejemplo

x-4=2	*Para despejar la **x** sobra el **-4** del primer miembro*
x-4+4=2+4	*Sumamos **4** en los dos términos*
x=2+4	*La **x** ya esta despejada, reducimos términos*
x=6	La solución es **x**=6

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO. PRODUCTOS Y COCIENTES

A continuación vemos la forma de proceder para resolver ecuaciones sencillas donde aparecen productos y cocientes en una ecuación. Como veremos el procedimiento se reduce al tratar de despejar la x a "**Lo que está dividiendo pasa multiplicando,lo que está multiplicando pasa dividiendo";**

TERCER CASO Para despejar la **x** tenemos que quitar la **a.** Para ello hay que dividir entre $\boldsymbol{a}$ el primer miembro para eliminarla , pero hay que hacerlo en los dos lados de la igualdad, sino la igual dad dejaría de cumplirse.

$$\boldsymbol{a \cdot x = b} \longrightarrow \frac{\boldsymbol{a \cdot b}}{\boldsymbol{a}} = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}$$

$$\boldsymbol{x = \frac{b}{a}}$$

En la práctica lo que ocurre es:

"Lo que està multiplicando pasa al otro miembro dividiendo"

Ejemplo

8· x = 16	*Para despejar la **x** sobra el **8** del primer miembro*
$\frac{8 \cdot x}{8} = \frac{16}{8}$	*Dividimos entre 8 los dos términos*
$x = \frac{16}{8}$	*La **x** ya esta despejada*
$x = 2$	*La solución es x=2*

CUARTO CASO Para despejar la **x** tenemos que quitar la **a.** Para ello hay que dividir entre $\boldsymbol{a}$ el primer miembro para eliminarla , pero hay que hacerlo en los dos lados de la igualdad, sino la igual dad dejaría de cumplirse.

$$\frac{x}{a} = b \longrightarrow \frac{x}{a} \cdot a = b \cdot a$$

$$\dashrightarrow x = b \cdot a$$

En la práctica lo que ocurre es:

"Lo que està dividiendo pasa al otro miembro dmultiplicando"

Ejemplo

$\frac{x}{5} = 3$ *Para despejar la **x** sobra el **5** del denominador*

$\frac{x}{5} \cdot 5 = 3 \cdot 5$ *Multiplicamos por **5** en los dos términos*

$x = 3 \cdot 5$ *La **x** ya esta despejada*

$x = 15$ La solución es **x**=5

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON VARIOS TÉRMINOS SIN PARÉNTESIS

Los pasos para resolver ecuaciones de este tipo aparecen de forma prácticamente idéntica en la bibliografía consultada. No obstante entendemos y así lo describimos que es conveniente **empezar con la reducción de términos como primer paso si es posible** para reducir las posibilidades de cometer errores y aligerar el tamaño de la ecuación.

Para resolver estas ecuaciones, realizaremos los siguientes pasos:

1. **Reducir términos semejantes**: es decir se comprueba si en la ecuación inicial hay términos semejantes en el mismo miembro, y se suman o restan los términos en cada miembro.

p.e. $2x - 21 = -3x - 6$

No procede

p.e. $2x + 5 - x = 5 - 2x + 6$

$$2x + 5 - x = 5 - 2x + 6$$

$$x + 5 = 11 - 2x$$

Si procede

2. **Transponer los términos**: es decir, se pasan al primer miembro todos los términos en x, que hay en la ecuación y se pasan al 2º miembro todos los términos independientes que haya.

   8x + 6 = 2x - 14 → 8x + 2x = 6 + 14 → 10x = 20 → x = 2

   Para pasar de un miembro a otro, se hace cambiando el signo que tiene delante cada término. (Si es + pasa con – y si es – pasa con +. **Ojo**: cambia de signo quien cambia de miembro. Quien no cambia de miembro tampoco cambia de signo). **Recordar** que cuando un término no tiene delante ningún signo, se entiende que es +.

3. **Reducir términos semejantes:** es decir se suman los términos en cada miembro.

   $2x + 3x = -6 + 21$ $\qquad$ $x + 2x = 11 - 5$

   $\mathbf{5x = 15}$ $\qquad$ $\mathbf{3x = 6}$

4. **Despejar** la" **X**" y **resolver:** es decir se deja sola en el primer miembro y el nº que le acompaña (coeficiente) pasa dividiendo al 2º miembro

   $5x = 15$ $\qquad$ $3x = 6$

   $\boldsymbol{x = \frac{15}{5}} \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 3}$ $\qquad$ $\boldsymbol{x = \frac{6}{3}} \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 2}$

5. **Comprobar** que **la solución** sea **correcta,** sustituyendo la x por su valor en la ecuación original

   $\mathbf{2x - 21 = -3x - 6}$ si $\boldsymbol{x = 3}$ $\qquad$ $\mathbf{2x + 5 - x = 5 - 2x + 6}$ si $\boldsymbol{x = 2}$

   $2 \cdot (\mathbf{3}) - 21 = -3 \cdot (\mathbf{3}) - 6$ $\qquad$ $2 \cdot (\mathbf{2}) + 5 - (\mathbf{2}) = 5 - 2 \cdot (\mathbf{2}) + 6$

   $6 - 21 = -9 - 6$ $\qquad$ $4 + 5 - 2 = 5 - 4 + 6$

   $\mathbf{-15 = -15}$ $\qquad$ $\mathbf{7 = 7}$

   Las soluciones son correctas se mantiene la igualdad

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON PARÉNTESIS

En las ecuaciones en las que aparecen **paréntesis** debemos lo primero que debemos hacer es **eliminarlos.**

Una vez eliminados los paréntesis **se continua con los pasos descritos para una ecuación normal; reducir, agrupar** o **transponer** en un miembro todos los términos que contienen la incógnita y en el otro miembro todos los términos numéricos, **reducir** los términos agrupados, **despejar** y **resolver.**

Para eliminar el/los paréntesis **hay que tener en cuenta**;

1. **Cuando el paréntesis viene precedido por el signo menos** hay que tener en cuenta que para quitar el paréntesis **debemos cambiar el signo de todos los términos que hay dentro del paréntesis**.

   $\boldsymbol{p.e.}\ 7-(x+8)+6x=6+(5-2x)$

   $7-x-8+6x=6+5-2x$ quitamos paréntesis

   $-1+5x=11-2x$ reducimos semejantes

   $5x+2x=11+1$ $transponemos\ terminos\ y\ agrupamos$

   $7x=12$ reducimos semejantes

   $\boldsymbol{x=\frac{12}{7}}$ $despejamos\ y\ resolvemos$

2. Si el **paréntesis** viene precedido de un **término que multiplica**, al abrir debe realizarse la operación respetando también la **regla de los signos.**

$\boldsymbol{p.e.}\ 2\cdot(x+2)=6$	$\boldsymbol{p.e.}\ 2\cdot(x-2)=6$	$\boldsymbol{p.e.}-2\cdot(x+2)=6$	$\boldsymbol{p.e.}-2\cdot(x-2)=6$
$2x+4=6$	$2x-4=6$	$-2x-4=6$	$-2x+4=6$
$2x=6-4$	$2x=6+4$	$-2x=6+4$	$-2x=6-4$
$2x=2$	$2x=10$	$-2x=10$	$-2x=-2$
$x=\frac{2}{2}=1\ \rightarrow x=1$	$x=\frac{10}{2}=5\ \rightarrow x=5$	$x=\frac{10}{-2}=-5\ \rightarrow x=-5$	$x=\frac{-2}{-2}=1\ \rightarrow x=1$

A continuación un ejemplo más complejo que combina las dos principales cosas a tener en cuenta (signos y operaciones)

$$\mathbf{6x - 2 \cdot (2x + 4) = 3 \cdot (1 - x) - (9 - 7x)}$$

1. Quitar paréntesis

   $6x - 2 \cdot (2x + 4) = 3 \cdot (1 - x) - (9 - 7x)$

   $\mathbf{6x - 4x - 8 = 3 - 3x - 9 + 7x}$

2. Reducir términos semejantes:

   $6x - 4x - 8 = 3 - 3x - 9 + 7x$

   $\mathbf{2x - 8 = -6 + 4x}$

3. Transponer los términos:

   $2x - 8 = -6 + 4x$

   $\mathbf{2x - 4x = -6 + 8}$

4. Reducir términos semejantes:

   $2x - 4x = -6 + 8$

   $\mathbf{-2x = 2}$

5. Despejar la” X” y resolver:

   $-2x = 2$

$$\mathbf{x = -\frac{2}{2} \rightarrow x = -1}$$

$$\boxed{\mathbf{x = -1}}$$

esta es la solución

6. **Comprobar** que la solución sea correcta:

Si $\boldsymbol{x} = -\mathbf{1}$ al sustituir en la ecuación debe cumplir se la igualdad

$$\mathbf{6x - 2 \cdot (2x + 4) = 3 \cdot (1 - x) - (9 - 7x)}$$

$$6 \cdot (-\mathbf{1}) - 2 \cdot (2(-\mathbf{1}) + 4) = 3 \cdot \big(1 - (-\mathbf{1})\big) - (9 - 7(-\mathbf{1}))$$

$$-6 - 2 \cdot (2(-\mathbf{1}) + 4) = 3 \cdot \big(1 - (-\mathbf{1})\big) - (9 - 7(-\mathbf{1}))$$

$$-6 - 2 \cdot (-2 + 4) = 3 \cdot (1 + 1) - (9 + 7)$$

$$-6 - 2 \cdot (2) = 3 \cdot (2) - (16)$$

$$-6 - 4 = 6 - 16$$

$$-\mathbf{10} = -\mathbf{10}$$

EJEMPLO 2

$$\mathbf{5 - 3 \cdot (2x + 11) = 18 - 2 \cdot [5 - 5(2x - 1)]}$$

1. Quitar/abrir paréntesis Internos (y los que estén solos)

En este caso podemos empezar abriendo los dos paréntesis de forma simultánea, en el caso del miembro derecho abrimos el interno (el de fuera se llama corchete).

$$5 - 3 \cdot (\mathbf{2x + 11}) = 18 - 2 \cdot [5 - 5(\mathbf{2x - 1})]$$

$$5 - 6x - 33 = 18 - 2 \cdot [5 - 10x + 5]$$

2. Reducir términos semejantes (si hay algo a reducir)

Esto se puede hacer ahora dentro y fuera del corchete pero sin mezclar lo de dentro y fuera evidentemente.(destacamos en negrita lo reducible)

$$\mathbf{5} - 6x - \mathbf{33} = 18 - 2 \cdot [\mathbf{5} - 10x + \mathbf{5}]$$

$$-6x - \mathbf{28} = 18 - 2 \cdot [\mathbf{10} - 10x]$$

3. Quitar/abrir corchetes /paréntesis externos (operando si procede)

$$-6x - \mathbf{28} = 18 - 2 \cdot [\mathbf{10} - 10x]$$

$$-6x - \mathbf{28} = 18 - 20 + 20x$$

4. Reducir términos semejantes (si hay algo nuevo a reducir)

$$-6x - \mathbf{28} = 18 - 20 + 20x$$

$$-6x - \mathbf{28} = -2 + 20x$$

5. Transponer términos

$$-6x - 20x = -2 + 28$$

6. Reducir términos semejantes

$$-26x = 26$$

7. Despejar la "x" y resolver:

$x = \frac{26}{-26} = -1$ la solución es $\boldsymbol{x = -1}$

8. Comprobar que la solución sea correcta

$\mathbf{5 - 3 \cdot (2\boldsymbol{x} + 11) = 18 - 2 \cdot [5 - 5(2\boldsymbol{x} - 1)]}$ si $\boldsymbol{x = -1}$

$$5 - 3 \cdot (2 \cdot (-\mathbf{1}) + 11) = 18 - 2 \cdot [5 - 5(2 \cdot (-\mathbf{1}) - 1)]$$

$$5 - 3 \cdot (-2 + 11) = 18 - 2 \cdot [5 - 5(-2 - 1)]$$

$$5 - 3 \cdot (9) = 18 - 2 \cdot [5 - 5(-3)]$$

$$5 - 27 = 18 - 2 \cdot [5 + 15]$$

$$5 - 27 = 18 - 2 \cdot [20]$$

$$5 - 27 = 18 - 40$$

$\mathbf{-22 = -22}$ **es correcta**

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON DENOMINADORES

RESOLVER ECUACIONES CON DENOMINADORES

En conclusión **para resolver ecuaciones con DENOMINADORES** seguiremos los siguientes pasos;

1. **Quitar paréntesis (si los hay y contienen a los denominadores)**
2. **Eliminar denominadores multiplicando ambos términos por el m.c.m de esto.** Para ello se les saca el m.c.m., este m.c.m. se divide entre cada uno de los denominadores y el resultado se multiplica por el numerador. Este resultado es ya el nuevo término sin denominador
3. **Reducir términos semejantes (si hay algo a reducir)**
4. **Transponer los términos (las x a un lado y los números a otro)**
5. **Reducir términos semejantes.**
6. **Despejar la" X" y resolver.**
7. **Comprobar que la solución sea correcta.**

A continuación un ejemplo un poco más complejo.

$$\frac{x+4}{4}+\frac{2x+7}{3}=\frac{x}{2}$$

1. Quitar paréntesis; No hay paréntesis así que pasamos directo a los denominadores.

2. Eliminar denominadores; Los denominadores son 4, 3 y 2 el m.c.m de estos tres números es $m.c.m. = 2^2 \cdot 3 = 12$. Pasamos a multiplicar ambos términos por 12.

$$\mathbf{12} \cdot \left(\frac{x+4}{4}\right) + \mathbf{12} \cdot \left(\frac{2x+7}{3}\right) = \mathbf{12} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)$$

Este 12 lo que hace es dividirse entre cada uno de los denominadores y multiplicarse por el numerador.(en realidad es simplificar arriba y abajo)

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$12:4=3 \qquad 12:3=4 \qquad 12:2=6$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$3 \cdot (x+4) + 4 \cdot (2x+7) = 6 \cdot (x)$$

$Multiplicamos\ ...\quad 3x + 12 + 8x + 28 = 6x$ y seguimos como siempre..

3. Reducir términos semejantes (¿se puede? Sí)

$$3x + 12 + 8x + 28 = 6x \quad \rightarrow \quad 11x + 40 = 6x$$

4. Transponer los términos (las x a un lado y los números a otro).

$$11x - 6x = -40$$

5. Reducir términos semejantes.

$$5x = -40$$

6. Despejar la" X" y resolver.

$$\boldsymbol{x = \frac{-40}{5} = -8 \quad \rightarrow \quad x = -8}$$

$$\boldsymbol{esta\ es\ la\ soluci\acute{o}n}$$

7. Comprobar que la solución sea correcta.

$\frac{x+4}{4} + \frac{2x+7}{3} = \frac{x}{2}$ Si $x = -8$ sustituimos

$$\frac{(\boldsymbol{-8}) + 4}{4} + \frac{2 \cdot (\boldsymbol{-8}) + 7}{3} = \frac{(\boldsymbol{-8})}{2}$$

$$-\frac{4}{4} + \frac{-16 + 7}{3} = -\frac{8}{2}$$

-1 - $\frac{9}{3}$ =-4 → multiplicar todo por 3 $-3 - 9 = -12 \rightarrow \boldsymbol{-12 = -12}$

La solución es correcta.

2.2 Solución de ecuaciones de primer grado

Las ecuaciones de primer grado como ya hemos visto pueden ser muy sencillas y volverse un tanto complejas cuanto introducimos paréntesis y denominadores, no obstante sus soluciones **se reducen simplemente a 3 casos**;

- **Una única solución;** cuando obtenemos un resultado del tipo $x = a$ o $x = 0$ como en la mayoría de los casos que vamos a ver. En estas $\boldsymbol{a}$ es cualquier número y también puede darse $x = 0$, el cero también es un número. Es conveninte recordar que $\frac{0}{6}$ o cualquier otro número es 0, por lo que una ecuación que de cómo solución p.e. $x = \frac{0}{8} = 0$ y esta es una solución valida.
- **Infinitas soluciones;** cuando obtenemos un resultado del tipo $0x = 0$, por que la x podría ser cualquier número real, el 0, 1, 2, 3,-1,-8….y siempre se cumpliría esta igualdad. Estas soluciones ocurren si la ecuación es IDENTIDAD.
- **Sin solución;** cuando la solución no existe por ejemplo $0x = a$. No existe por que $x = \frac{a}{0}$ como sabemos $\nexists$, en una fracción el denominador no puede ser 0.

3. Resolución de PROBLEMAS con ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Para la resolución de problemas de ecuaciones de PRIMER GRADO es conveniente seguir los pasos descritos en este punto.

No hay ninguna duda de que es conveniente **empezar leyendo atentamente el texto de problema y distinguir dos cosas**:

1. Lo que nos pregunta el problema, es decir **el dato que debemos averiguar**.
2. La información que nos da el problema, que aparece en forma de frases en el texto del problema y nos debe ayudar a crear o componer una ecuación.

Una vez resueltas estas dos cuestiones es conveniente seguir estos pasos y llegar a una solución del problema:

1. Se ELIGE la incógnita y se nombra con una letra, habitualmente la **X**.

La **X** es NORMALMENTE **el dato desconocido al que se refiere la pregunta del problema** y que se considera la incógnita. Si hay más datos conocidos se representan según su relación con ella.

2. Se plantea una ecuación que relacione los datos y la incógnita **X**.

3. Se resuelve la ecuación planteada (siguiendo los pasos que ya hemos explicado) y se **obtiene la solución.**

4. Se comprueba si **la solución** encontrada satisface (hace que se cumpla) el enunciado.

La suma de las edades de Carlos y Juan es de 75 años, y Carlos tiene 5 años menos que Juan. ¿Qué edad tiene cada uno?

Las preguntas son **¿Cuál es la edad de Carlos?** Y **¿Cuál es la edad de Juan?**

1. **Elegimos la incógnita**

   Determinamos que $\boldsymbol{x}$ será la **edad de Carlos**. La **edad de Juan** será por tanto

   $\boldsymbol{x+5}$

2. **Se plantea la ecuación**

   Suma edades Carlos y Juan= 75

$$\underbrace{edad\ de\ Carlos}_{\boldsymbol{x}} + \underbrace{edad\ de\ Juan}_{\boldsymbol{x+5}} = \mathbf{75}$$

$$\boldsymbol{x} \quad + \quad \boldsymbol{x+5} \quad = \mathbf{75}$$

3. **Se resuelve la ecuación planteada y se obtiene la solución.**

   $\boldsymbol{x+x+5=75} \ \rightarrow \ 2x = 75-5$

$$2x = 70 \rightarrow x = \frac{70}{2} = 35 \rightarrow \ \boldsymbol{Edad\ Carlos} = x = \mathbf{35,}$$

   $\boldsymbol{Edad\ de\ Juan} = x+5 = \mathbf{40}$

4. **Se comprueba la solución**

   $\boldsymbol{x+x+5=75} \rightarrow si\ \boldsymbol{x=35} \rightarrow 35+35+5 = 75$ →75=75 **<u>se cumple</u>**

MATEMÁTICAS 1º ESO

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Laura Vallés Rubio

Francisco Rocher Aparici

SEGUNDO TRIMESTRE

TEMA 6

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

1. Une cada magnitud con su unidad correspondiente.

El agua de un embalse	36 kilómetros por hora
La capacidad de una lata de refresco	7.450 metros cuadrados
La capacidad de una piscina	45 kilogramos
La velocidad de un ciclista	12.000 litros
El peso de un saco de patatas	4.500 kilogramos
La longitud de un bolígrafo	350 metros
El área de un campo de girasoles	33 centilitros
La distancia entre dos pueblos	15 centímetros
El peso de un camión	145 hectómetros cúbicos
La altura de un rascacielos	25 kilómetros

2. Ordena, de menor a mayor (<), las medidas. Toma como referencia el metro, pasando todas las medidas a esta unidad.

1.500 cm - 3,5 m - 94,7 dm - 0,15 km - 0,03 dam - 6.341 mm - 1,3 m - 2,04 km

3. Completa la siguiente tabla.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
2,1						
				13.472		
			34			
	0,33					
		9,35				
					7.749	
						54

4. Expresa las siguientes alturas en hectómetros y kilómetros.

NOMBRE	ALTURA (en m)	ALTURA (en hm)	ALTURA (en km)
Everest	8.844		
Mont Blanc	4.810		
Mulhacén	3.482		
Teide	3.718		
Almanzor	2.592		
Aneto	3.404		

5. Completa

a) 5,5 km = ... m

c) 6,7 dam = ... m

e) 785 cm = ... m

b) 34,5 mm = ... m

d) 12 km = ... m

f) 1,60 dm = ... m

6. Ordena, de mayor a menor (>), las siguientes medidas. Toma como referencia el gramo el kilogramo y pasa todas las medidas a la unidad que elijas.

27 dag - 27 dg - 56 g - 0,23 hg - 1,02 kg - 8,34 cg - 345 mg - 0,5 t - 1,1 q

7. El área de un rectángulo es el producto de base por altura, A = b · a. Calcula el área de estos rectángulos en cm$_2$ y dm$_2$. Fíjate en el ejemplo y dibuja las figuras.

a) $b = 5$ cm $a = 3$ cm

b) $b = 4$ cm $a = 2$ cm

c) $b = 6$ cm $a = 4$ cm

$a = 3$ cm

$b = 5$ cm

$A = b \cdot a = 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2 : 100 = 0{,}15 \text{ dm}^2$

8. Completa:

a) 950 dm^3 = ... m^3

c) 5 m^3 = ... dm^3

e) 385 cm^3 = ... dm^3

b) 3.295 mm^3 = ... cm^3

d) 9,65 cm^3 = ... mm^3

f) 0,369 dm^3 = ... mm^3

9. Expresa en litros.

a) 4 m3 = ... l

b) 2.000 mm3 = ... l

c) 50 dm3 = ... l

d) 3,5 kl = ... l

e) 3.000 cm3 = ... l

f) 0,5 m3 = ... l

10. Expresa en dm^3.

a) 55 l = ... dm3
d) 0,35 m3 = ... dm3
b) 35 dl = ... dm3
e) 0,25 kl = ... dm3
c) 10 dal = ... dm3
f) 5.000 ml = ... dm3

11. Expresa en kilogramos los siguientes volúmenes y capacidades de agua destilada

a) 45 ℓ = ... kg
c) 0,5 kl = ... kg
e) 3.000 cm^3 = ... kg
b) 20 dm^3 = ... kg
d) 3,5 kl = ... kg
f) 0,5 m^3 = ... kg

12. Expresa en gramos los siguientes volúmenes y capacidades de agua destilada

a) 55 ℓ = ... g
c) 1 dal = ... g
e) 0,25 cl = ... g
b) 35 dl = ... g
d) 0,357 m^3 = ... g
f) 5.000 ml = ... g

13. Un embalse contiene 95 hm3 de agua. Calcula.

1. Su capacidad en m_3.
2. Su capacidad en litros.
3. Si fuera agua destilada, ¿cuál sería su masa en toneladas? ¿Y en kg?

14. Completa con las unidades adecuadas.

a) 25 hm = 250 .... = 25.000 ....
b) 3,7 km = 0,37 .... = 370 ....
c) 5,28 m = 52,8 .... = 0,0528 ....
d) 34,57 dam = 3.457 .... = 0,3457 ....

15. Un atleta sale a correr todos los días para entrenar. Si cada día recorre 15 km 7 hm 9 dam 6 m, ¿Cuántos km recorre a la semana?

16. Si un paquete de caramelos pesa 125 g. ¿Cuántos paquetes del mismo peso puedo formar con 5 kg de caramelos?

17. Un vinatero compra 20 hl de vino. Primero vende 120 litros y el resto lo distribuye en 8 toneles iguales. ¿Cuántos litros ha echado en cada tonel?

18. El hombre del Tiempo del Telediario ha dicho que ayer llovió en Antequera y cayeron 45 litros de agua por m^2 .Si la superficie de Antequera es de 8 km^2 1,4 hm^2 0,05 dam^2¿Cuántos litros de agua cayeron en total?

19. Un barco transporta 0,012 hm^3 7,5 dam^3 450 m^3 de vino y se quiere meter en camiones cisterna de 6 $m^{3.}$ ¿Cuántos camiones cisterna harían falta?

20. Un camión carga 3.500 kg de arena. Si tiene que transportar 28 t desde la cantera hasta la obra, ¿cuántos viajes tiene que dar?

21. ¿Cuántas botellas de 750 cm^3 se necesitan para envasar 300 litros de refresco?

22. Un terreno que mide 5,3 ha 42 a 5 ca se vende por 4,8 €/m^2. ¿Cuánto vale el terreno?

23. Un camión transporta 50 cajas con botellas llenas de agua. Cada caja contiene 20 botellas de un litro y medio cada una. Si una caja vacía pesa 1.500 g, una botella vacía pesa 50 g y 1 litro de agua pesa 1 kg, ¿Cuánto pesa la carga del camión en total?

24. Un camión cisterna transporta 6,93 m^3de refresco. ¿Cuántas latas de 33 cl se pueden llenar?

25. En un almacén han envasado 30.000 litros de agua en botellas de 1,5 litros. El agua se ha pagado a 0,43 € el litro y se ha vendido cada botella a 1,23 €. Los gastos de transporte y las botellas han costado 6 000 €. Calcula el beneficio.

26. Un agricultor ha vendido 6 t 4 q 50 kg de garbanzos a 1,85 € el kilo. Si se gastó en cultivarlos 5.400 €, calcula el beneficio que ha obtenido.

27. Queremos vender una finca de 2 ha 25 a 60 ca por 48 000 €. Calcula el precio del metro cuadrado.

28. Una grúa puede levantar un peso de 16 t 6 q 50 kg. Si un contenedor tiene 250 cajas que cada una pesa 75 kg. ¿Podrá levantar el contenedor? Si la respuesta es no, ¿cuántos kg hay que quitar? ¿cuántas cajas son las que hay que quitar?

29. Un tractor cargado de aceitunas pesa 8 t 5 q 4 mag 8 kg . El tractor descarga las aceitunas y una vez vacío pesa 3.876 kg. ¿Cuántos kg pesan las aceitunas? Si de cada 4 kg de aceitunas se obtiene un litro de aceite, ¿cuántos litros se pueden obtener de todas las aceitunas?

TEMA 7

PROPORCIONALIDAD

1. En mi clase hay 14 chicas y 12 chicos. ¿cuál es la razón entre chicas y chicos? ¿Y entre chicos y chicas?

2. Un equipo ha marcado 68 goles y ha encajado 44. ¿Cuál es la razón entre las dos cantidades?

3. Comprueba si son ciertas las siguientes proporciones:

a) $\frac{7}{12}=\frac{6}{7}$ b) $\frac{13}{25}=\frac{52}{100}$

c) $\frac{6}{15}=\frac{22}{50}$ d) $\frac{13}{25}=\frac{1313}{2525}$

4. Calcula el valor de las letras en las siguientes proporciones:

a) $\frac{6}{15}=\frac{8}{A}$ b) $\frac{6}{15}=\frac{C+3}{50}$

c) $\frac{6}{15}=\frac{B}{10}$ d) $\frac{6}{15}=\frac{2}{D-1}$

5. Calcula los lápices que podemos comprar con 5,60€, si tres lápices cuestan 2,10€.

6. Un libro de Matemáticas cuesta 18€ y diez libros, 180€.

a. ¿Son magnitudes directamente proporcionales?

b. ¿Por qué?

7. Todos los domingos nos reunimos para comer quince personas en casa de la abuela. ¿Cuántos Kg de arroz necesitará para hacer la paella si para cuatro comensales emplea 1 Kg de arroz?

8. Los datos de la tabla siguiente muestran la cantidad de lluvia registrada en dos ciudades A y B, en un año completo. Compara las razones del agua en enero y de todo el año.

	Año	Enero
Ciudad A	1100	130
Ciudad B	320	40

9. Calcular el valor de “x” para que las cantidades de agua registradas en un año completo y en un mes en ambas ciudades sean proporcionales.

	Año	Enero
Ciudad A	x	130
Ciudad B	320	40

10. Calcular el valor de “x” para que las cantidades de agua registradas en un año completo y en un mes en ambas ciudades sean proporcionales.

	Año	Enero
Ciudad A	1100	x
Ciudad B	320	40

11. Calcular el valor de “x” para que las cantidades de agua registradas en un año completo y en un mes en ambas ciudades sean proporcionales.

	Año	Enero
Ciudad A	1100	130
Ciudad B	x	40

12. Calcular el valor de “x” para que las cantidades de agua registradas en un año completo y en un mes en ambas ciudades sean proporcionales.

	Año	Enero
Ciudad A	1100	130
Ciudad B	320	x

13. Un coche ha dado 60 vueltas a un circuito en 105 minutos. Calcula el tiempo que tardará en recorrer en el mismo circuito 40 vueltas.

14. Si 12 bolas de acero iguales tienen un peso de 7200 gramos, ¿cuánto pesarán 50 bolas iguales a las anteriores?

15. A cierta hora del día un palo de 1,5 metros de largo proyecta una sombra de 60 centímetros. ¿Cuánto mide un árbol que a la misma hora proyecta una sombra de 2,40 metros?

PORCENTAJES

16. En un grupo de 40 personas, 14 de ellas llevan gafas. Halla el tanto por ciento de personas que llevan gafas.

17. En el aire hay un 21% de oxígeno. Si quiero obtener 50 L de oxígeno a partir del aire, ¿cuántos litros de aire necesitaré?

18. Completa:

a. El _______% de 100 es 50.
b. El _______% de 1.000 es 500.
c. El _______% de 3.000 es 30.
d. El _______% de 100 es 25.

19. Completa:

a. El 50% de _______ es 10.000
b. El 25 % de _______ es 20.000

20. Calcula los siguientes porcentajes:

a) $20\% \ de \ 120$ b) $40\% \ de \ 1.200$

c) $15{,}3\% \ de \ 30.320$ d) $37\% \ de \ 1.575$

21. ¿Es lo mismo el 10% de 5.000 que el 5% de 10.000? Razónalo.

22. Halla el valor de x para que se cumpla que:

a) $El \ 2\% \ de \ x \ es \ 4.$ b) $El \ 22{,}5\% \ de \ x \ es \ 115.$

c) $El \ 3{,}5\% \ de \ x \ es \ 33.2.$

23. De los 150 cm de un tubo, 21 cm están pintados de rojo. ¿Qué porcentaje del tubo está pintado?

24. En la clase de 1ºA hay 28 alumnos, de los cuales 8 alumnos han suspendidos matemáticas.

a. ¿Qué porcentaje de alumnos han suspendido?
b. ¿Qué tanto por ciento de alumnos han aprobado?

25. En una ciudad de 23 500 habitantes, el 68% está n contentos con la gestión municipal. ¿Cuántos ciudadanos son?

26. En el aparcamiento de unos grandes almacenes ha y 420 coches, de los que el 35 % son blancos. ¿Cuántos coches hay no blancos?

27. Un hospital tiene 420 camas ocupadas, lo que representa el 84% del total. ¿De cuántas camas dispone el hospital?

28. El 24% de los habitantes de un pueblo tienen menos de 30 años. ¿Cuántos habitantes tiene el pueblo si hay 90 jóvenes menores de 30 años?

29. En una tienda en la que todo está rebajado el 15% he comprado un pantalón por el que he pagado 102 €. ¿Cuál era el precio antes de la rebaja?

AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES

30. He comprado un CD por 12€, y al ir a pagar a la caja me dicen que deben cargar el 16% de IVA. ¿Cuánto pagaré en total por el disco?

31. Calcula los precios de venta al público de unos artículos sin IVA cuestan 20,80€, 48€ y 180€ si se les aplica:

a. Un IVA del 16%
b. Un IVA reducido del 7%

32. En una ciudad el número de habitantes aumenta cada año un 10% y ahora hay 40.000.

a. ¿Cuántos habitantes habrá dentro de tres años?
b. ¿Cuál será el aumento total, en porcentaje, respecto a la población actual?

33. En unos grandes almacenes hacen rebajas del 25%.

a. ¿Cuánto costarán en el período de rebajas unos artículos que, sin rebajar, costaban 40€, 400€ y 1.000€?
b. Calcula cuánto costarán otros artículos que antes de las rebajas costaban 44,8€, 96,6€ y 888,88€

34. Al comprar un libro nos han hecho un descuento del 5%. Si nos han descontado 1,15€, ¿cuánto costaba el libro?

35. Calcula el porcentaje de descuento que nos han aplicado en la compra de los siguientes artículos.

a. Costaba 30€ y hemos pagado 24€.
b. Costaba 42€ y hemos pagado 21,05€.
c. Costaba 85,2€ y hemos pagado 73,68€.

36. Un jersey cuesta 43,7€. ¿Cuánto costará si lo rebajan un 25%?

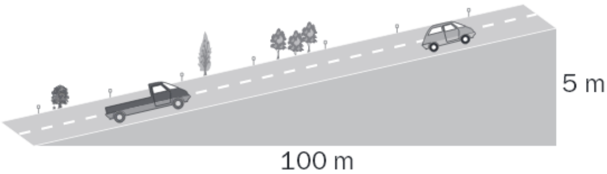
37. Una empresa ha aprobado el aumento de los sueldos durante tres años en un 30% cada año. ¿En qué porcentaje se habrá incrementado el sueldo después de los tres años si el sueldo inicial era de 1.500€?

38. Un ordenador está valorado en 950€ si impuestos. Si los impuestos son el 15% del precio, ¿cuánto costará el ordenador?

39. La factura de la luz se reduce 1,75€. Si el mes pasado se pagaron 35€, ¿qué porcentaje supone esta disminución?

40. Un calentador de agua consume 900 L de gas en 5 horas y media. Otro calentador consume 100 L de gas en 3 horas y media. ¿Cuál de los dos calentadores gasta más por hora?

41. La figura indica que por cada 100 metros de avance en horizontal se ascienden 5 metros: se dice que su pendiente es del 5 %.



¿Cuál es la pendiente de un tramo de carretera en el que por cada 500 metros de avance en horizontal se ascienden 30 metros?

ESCALAS Y MAPAS

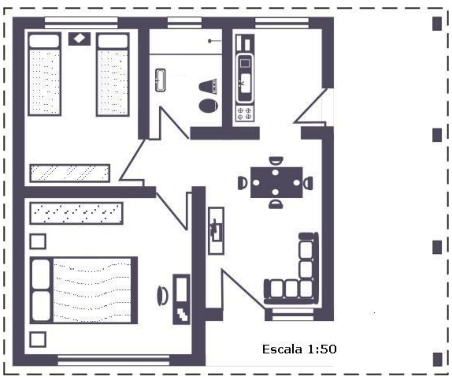
42. Una piscina tiene 10m de largo. ¿Qué longitud tendrá en un plano de escala 1:4.000?

43. ¿Cuánto mide en la realidad una ventana que en un plano de 1:50 mide 3 cm de ancho?

44. ¿Cuánto mide en un plano de 1:20 una puerta de 80 cm de alto?

45. Entre A y B hay 4.000 m y la distancia en el plano es de 2 cm. ¿Cuál es la escala?

46. *Imagina que este plano pueda ser el tu próxima vivienda, y cómo es natural quieres saber si podrás colocar los muebles que ya tienes en tu otra casa. Con una regla hemos obtenido estas medidas:*



- *Las medidas del **salón** en el plano son: 10 cm de largo y 6 cm de ancho. La puerta de la terraza mide 2,4 cm.*
- *Las del **dormitorio principal** son:8 cm de largo por 8 cm de ancho.*
- *Las de la **cocina** son 6 cm x 6 cm.*
- *Las del **otro dormitorio** son 8 cm por 6 cm.*
- *El **baño** es pequeño mide 6 cm por 4 cm.*

a. Averigua las medidas reales de la cocina.
b. Averigua las medidas reales del baño.

47. ¿A qué escala está dibujado el plano de la fachada de un edificio de 30 metros de altura, si en el dibujo mide 15 cm? Si dibujo el plano del mismo edificio a escala 1:100 ¿el dibujo será mayor o menor que el anterior? ¿Por qué?

48. En un plano a escala 1:100 la superficie de un piso es de 75 cm^2. ¿Cuántos metros cuadrados tiene el piso en la realidad? Si la cocina, que es rectangular, mide (en el plano) 3 cm de ancho y 6 cm de largo. ¿Cuál es su superficie real?

49. Dos personas se hallan separadas por una distancia de 1500m ¿Cuál sería la distancia a la que habría que dibujarlas en un mapa a escala 1:6000?

TEMA 8

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

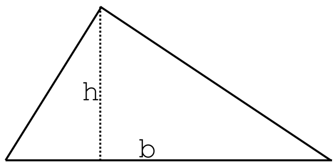
LENGUAJE ALGEBRAICO

1. Expresa en lenguaje algebraico las siguientes frases:

a. La mitad de un número.

b. Añadir 5 unidades al doble de un número.

c. La suma de un número y el doble del mismo.



d. El área de un triángulo de base b y altura h.

e. La resta de un número par y su siguiente.

f. La suma de dos números consecutivos es 21.

g. Dos números pares consecutivos suman 10.

h. El producto de tres números consecutivos es 120.

i. El producto de dos números pares consecutivos es 48.

2. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores de las letras que se indican:

a. 23x, para x = 4

b. $a + b^2 - 3ab$, para a = -2 y b = -3

c. $n + (n + 1)^3 - 3n + 2$, para n = 3

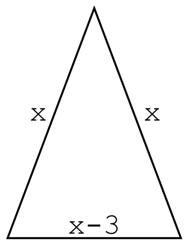
d. $\frac{x + ay}{2} + 3x^2 - 1$, para x = 0, y = 2 y a = -1

e. $x^2 + 2xy + y^2$, para x = 5, y = -2

3. Observa la figura y contesta las siguientes preguntas :

a) ¿Cuál es la expresión algebraica que nos da el perímetro del triángulo?

b) ¿Cuál es el perímetro del triángulo si los lados iguales miden 3 cm cada uno?



4. Señala verdadero o falso según corresponda. En caso de ser falso, indica la expresión correcta.

a. El cuadrado de la suma de dos números: $x^2 + y^2$

b. La mitad de un número más 5 unidades: $\frac{n}{2} + 5$

c. La suma de los cuadrados de dos números: $(x + y)^2$

d. La mitad de la suma de un número más tres unidades: $\frac{n+3}{2}$

5. Completa las siguientes tablas:

1	2	3	4	5	…	n
		-22			…	$5 - 3n^2$

1	2	3	4	5	…	n
			10		…	$\frac{n(n+1)}{2}$

MONOMIOS Y POLINOMIOS

6. Indica el número de términos de cada una de las siguientes expresiones algebraicas y señala el coeficiente y la parte literal de cada uno de ellos.

a) $5abc$

b) $2 + 4a - 3ab - b$

c) $5x^2 + y$

d) $2a + 3b - 2ab + a^2b - 3$

7. De los siguientes monomios, indica los que son semejantes:

$$5ab;\ 4b;\ \frac{1}{2}xy;\ 2a^2b;\ -7ab;\ 12a;\ 2xy$$

8. *Realiza si se puede las siguientes operaciones:*

a) $2x + 8x$
b) $7a - 5a$
c) $6a + 6a$
d) $15x - 9x$
e) $3x + x$
f) $10a - a$
g) $a + 7a$
h) $2x - 5x$
i) $9x + 2x$
j) $9a - 9a$

9. *Reduce:*

a) $3x + y + 5x$
b) $2a + 4 - 5a$
c) $7 - a - 5$
d) $3 + 2x - 7$
e) $2x + 3 - 9x + 1$
f) $a - 6 - 2a + 7$
g) $8a - 6 - 3a - 1$
h) $5x - 2 - 6x - 1$

10. *Quita el paréntesis y reduce:*

a) $x - (x - 2)$
b) $3x + (2x + 3)$
c) $(5x - 1) - (2x + 1)$
d) $(7x - 4) + (1 - 6x)$
e) $(1 - 3x) - (1 - 5x)$
f) $2x - (x - 3) - (2x - 1)$
g) $4x - (2x - 1) + 5x - (4x - 2)$
h) $(x - 2) + (2x - 3) - (5x - 7)$

11. *Opera y reduce:*

a) $5x \cdot 2$
b) $6x : 2$
c) $3x \cdot 4x$
d) $12x : 3x$
e) $\frac{2}{3}x \cdot 6x$
f) $\frac{3}{4}x^2 : \frac{1}{4}x$
g) $x^2 \cdot x^3$
h) $x^5 : x^2$
i) $3x \cdot 5x^3$
j) $15x^6 : 5x^4$
k) $(-2x^2) \cdot (-3x^4)$
l) $(-20x^8) : 5x^7$

12. *Indica el grado de cada un de estos polinomios:*

a) $x^3 + 3x^2 + 2x - 6$
b) $4 - 3x^2$
c) $2x^5 - 4x^2 + 1$
d) $7x^4 - x^3 + x^2 + 1$

13. *Reduce:*

a) $x^2 - 6x + 1 + x^2 + 3x - 5$
b) $3x - x^2 + 5x + 2x^2 - x - 1$
c) $2x^2 + 4 + x^3 - 6x + 2x^2 - 4$
d) $5x^3 - 1 - x + x^3 - 6x^2 - x^2 + 4$

14. *Quita el paréntesis y reduce:*

a) $(3x^2 - 5x + 6) + (2x - 8)$
b) $(6 - 3x + 5x^2) - (x^2 - x + 3)$
c) $(9x^2 - 5x + 2) - (7x^2 - 3x - 7)$
d) $(3x^2 - 1) - (5x + 2) + (x^2 - 3x)$

15. *Considera los polinomios siguientes:*

$A = 3x^3 - 6x^2 + 4x - 2$ $\qquad B = x^3 - 3x + 1$ $\qquad C = 2x^2 + 4x - 5$

Calcula.

a) $A + B$ b) $A + B + C$ c) $A - B$

d) $B - C$ e) $A + B - C$ f) $A - B - C$

16. *Opera en cada caso (Fíjate en el ejemplo)*

- $(-x^2) \cdot (4x^3 - 7x^2 - x + 9) =$

$4x^3 \cdot (-x^2) - 7x^2 \cdot (-x^2) - x \cdot (-x^2) + 9 \cdot (-x^2) =$

$-4x^5 + 7x^4 + x^3 - 9x^2$

TEMA 9

ECUACIONES

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE AVERIGUA SI UNA IGUALDAD ALGEBRAICA ES UNA IDENTIDAD O UNA ECUACIÓN?

Averigua si las siguientes expresiones son ecuaciones o identidades.

a) $x + 5 = 2x$ **b)** $2x - x = x$

PRIMERO. Se elige un valor cualquiera para las variables. Si la igualdad no se verifica, es una ecuación.

a) $x + 5 = 2x \xrightarrow{x=1} 1 + 5 \neq 2 \cdot 1$. Es una ecuación.

b) $2x - x = x \xrightarrow{x=1} 2 \cdot 1 - 1 = 1$

SEGUNDO. Si la igualdad se verifica, se sigue eligiendo valores para las variables. Si todos verifican la igualdad, es una identidad.

b) $2x - x = x \xrightarrow{x=2} 2 \cdot 2 - 2 = 2 \rightarrow 4 - 2 = 2$

$2x - x = x \xrightarrow{x=3} 2 \cdot 3 - 3 = 3 \rightarrow 6 - 3 = 3 \dots$

Esta igualdad se cumple para cualquier valor de x, es una identidad.

1. Indica cuál de estas igualdades es una identidad o una ecuación.

a) $6x+1=7$ d) $15x+8x=23x$ g) $12x+6x^2=6x(2+x)$

b) $2a+3a=5a$ e) $2x+8x=10x$ h) $(x+7)(x-7)=x^2-49$

c) $6x=7+5x$ f) $25x-3=23$ i) $16+2x=3x+15$

2. Completa la siguiente tabla.

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Términos	Incógnita
$7+s=2$				
$18=2t$				
$5x=1+x$				
$0=8-y$				
$10r=3$				

3. Comprueba si las siguientes igualdades son ciertas para los valores de la variable que se indican.

a) $4x-7=2$ para x = 3

b) $10-x=13$ para x = - 3

c) $15+x=11$ para x = -4

d) $3(x-2)=6$ para x = 4

e) $\frac{x}{2}=16$ para x = 8

f) $\frac{x}{3}+5=8$ para x = 9

g) $\frac{x+5}{2}+1=6$ para x = 5

h) $(8-x)4=8$ para x = 2

4. Calcula el valor de la incógnita para que las igualdades sean ciertas.

a) $x+3=7$

b) $9+x=12$

c) $x-5=9$

d) $-1=x+10$

e) $x-3=7$

f) $x+5=6$

g) $15+x=9$

h) $2-x=11$

i) $x-10=9$

j) $2+x=15$

k) $x+4=-3$

l) $5=9-x$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $4x=14$ e) $-5x=-25$ i) $0,2x=90$

b) $18=3x$ f) $-2x=10$ j) $0,6x=-36$

c) $-5x=-125$ g) $-3x=36$ k) $-9x=81$

d) $27x=-81$ h) $-15=5x$ l) $-8=2x$

6. Halla la solución de las ecuaciones.

a) $4x=5+3x$ e) $10-3x=-2x$ i) $x+5=-4x$

b) $6x=12+4x$ f) $6+2x=x$ j) $10x+3=8x+1$

c) $x-8=3x$ g) $14x+6x=40$ k) $x-2x=7$

d) $20+6x=8$ h) $30+8x=-7x$ l) $6x-10x=-20$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $25-2x=3x-35$ i) $100-3x=5x-28$

b) $4x+17=3x+24$ j) $10x-17=4x+85$

c) $7x-3=21x-9$ k) $3x+1=7x-11$

d) $1+8x=-64x+46$ l) $11x-100=2x-1$

e) $5x-11=15x-33$ m) $25-2x=3x-80$

f) $2x+17=3x+2$ n) $19+8x=12x+14$

g) $70-3x=14+x$ ñ) $21y-3=10y+195$

h) $60-5x=x-12$ o) $2-6y=36y-5$

8. Halla la solución de las ecuaciones.

a) $5(x-8)=3(x-6)$

b) $2(x+5)=9x+31$

c) $-1(x+3)=2(6+x)$

d) $-5(6-5x)=5x-10$

e) $16+5x=x-3(4+x)$

f) $-3(6-6x)-3=x-4$

g) $-6=3(5x+8)-3$

h) $(x+28)+15=2(x+15)$

i) $(2x+1)=8-(3x+3)$

j) $2(x-7)=6(x+1)$

k) $2(x-5)=5(x-4)$

l) $6(x-4)=3(x-3)$

m) $3(x-3)-4(x-5)=6$

n) $6(x-3)+5(x+4)=15$

EJEMPLO RESUELTO: RESOLVER UNA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO CON DENOMINADORES.

Resolver la ecuación $\frac{x+2}{2}=\frac{x+1}{5}+\frac{x-1}{3}$

PRIMERO. Eliminamos los denominadores hallando el mínimo común múltiplo de ellos m.c.m. (2, 5, 3) = 30; Luego multiplicamos los dos miembros por el m.c.m.

$$30\left(\frac{x+2}{2}\right)=30\left(\frac{x+1}{5}\right)+30\left(\frac{x-1}{3}\right)$$

$\frac{30(x+2)}{2}=\frac{30(x+1)}{5}+\frac{30(x-1)}{3}$ Quitamos denominadores

$15(x+2)=6(x+1)+10(x-1)$ Aplicamos la propiedad distributiva

$15x+30=6x+6+10x-10$ Reducimos términos semejantes

$15x+30=16x-4$ Transponer términos (agrupamos los término en x en un miembro y los términos independientes en el otro.

$30+4=16x-15x$ Reducimos términos semejantes.

$34=x$ Podemos escribirlo de esta forma $x=34$

9. Halla la solución de las ecuaciones.

1) $\frac{2x}{3}=4$

2) $\frac{6x}{7}-2=4$

3) $\frac{4x}{3}+2=6$

4) $\frac{-8x}{3}=16$

5) $\frac{6x+4}{7}=4$

6) $\frac{3x-5}{2}=2$

7) $\frac{16-x}{7}=1$

8) $\frac{4+x}{3}=5$

9) $10+\frac{2x}{7}=8+4$

10) $\frac{x}{3}+2x=1+2x$

11) $4x-38=\frac{3x+2}{5}$

12) $x+\frac{x}{2}=3$

10. Calcula la solución de las ecuaciones.

a) $\frac{x+1}{6}-\frac{x-4}{3}=2+\frac{1}{4}$

b) $\frac{2x}{3}+\frac{5}{4}+\frac{x}{6}-7=0$

c) $3\left(2x-\frac{1}{2}\right)+2(x+3)=7$

d) $10x-\frac{95-x}{2}=\frac{10-55}{2}$

e) $\frac{5x+7}{2}-\frac{2x-4}{3}=\frac{3x+9}{4}+5$

f) $\frac{x+1}{2}+\frac{x+4}{5}-\frac{x-3}{4}=1$

11. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $12=\frac{3x}{10}+2$

b) $1-\frac{x}{2}=\frac{3}{4}$

c) $\frac{2x}{3}+\frac{5}{4}+\frac{x}{6}-7=0$

d) $\frac{3x-7}{12}=\frac{2x-3}{6}-\frac{x-1}{8}$

e) $\frac{3x+5}{4}=\frac{6x}{3}$

f) $3(x+1)-\frac{6(x-2)}{3}=5$

g) $\frac{2(x-3)}{5}-\frac{2(x+2)}{7}-5=x+1$

h) $x+\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=4$

i) $\frac{x}{3}-3=\frac{7}{3}$

j) $\frac{x-5}{4}-\frac{x-5}{36}=\frac{x-1}{6}$

12. Tres amigos van de compras a una librería. Juan gasta el doble que Alicia y Ana gasta el triple que Alicia. Si entre los tres gastan 72 €, ¿cuánto gasta cada uno?

13. La hermana mayor de Patricia tiene 6 años más que ella, y su hermana menor tiene 8 años menos que ella. Si entre las tres suman 37 años, ¿Cuántos años tiene Patricia?

14. El perímetro de un triángulo isósceles mide 20 cm. El lado desigual mide la mitad de uno de los lados iguales. ¿Cuánto mide cada lado?

15. Un grupo de cinco amigos hace una competición con juegos de estrategia. Acuerdan repartir 210 € en premios, de modo que a cada uno le correspondan 10 € más que al que se quede en posición inmediata inferior. ¿Cuántos euros recibe cada uno?

16. El doble de las horas que han transcurrido es igual al cuàdruplo de las horas que quedan por transcurrir. ¿Qué hora es?

17. La suma de tres números consecutivos es igual al doble del mayor más 1. Calcula los números.

18. El padre de Claudia tiene 37 años. Esta edad es 4 años más que el triple de la edad de Claudia. Calcula la edad de Claudia.

19. En un colegio se han colocado varis bancos dispuestos uno detrás de otro. Si se colocan 10 alumnos en cada banco, quedan sin sitio 11 alumnos, y si se colocan 11 alumnos en cada banco, quedan 7 plazas disponibles. ¿Cuántos alumnos hay?

20. Un segmento que mide 22 cm se parte en dos, de modo que una de las partes mide 6 cm más que la otra. ¿Cuánto mide cada trozo?

20. En una bolsa hay bolas azules, blancas y rojas. El número de bolas rojas es igual al de bolas blancas más 14, y hay 6 bolas azules menos que blancas. Si en total hay 98 bolas, halla cuántas bolas hay de cada color.

21. El padre de David tiene el triple de la edad de su hijo, y este tiene 24 años menos que su padre. ¿Cuántos años tiene cada uno?

22. Un examen de matemáticas consta de 10 cuestiones. Por cada respuesta correcta se suman 10 puntos y por cada respuesta incorrecta se quitan 3. Si Ana contestó a todas las cuestiones y obtuvo 61 puntos, el número de respuestas correctas fue.

23. Si sumamos a un número, obtenemos el número 15. Escribe la ecuación y calcula dicho número.

24. La suma de un número más su doble es doce. ¿Qué número es?

25. Sergio ha leído doble libros que Rosa y, además, dos libros más. Si Sergio ha leído 12 libros, ¿cuántos libros ha leído Rosa?

26. En un bolsillo tengo una cantidad de dinero y en el otro tengo el doble. En total hay 6 €. ¿Cuánto dinero hay en cada bolsillo?

27. Un bosque tiene el doble de árboles que otro y entre los dos suman 120.000 árboles. ¿Cuántos árboles tiene cada uno?

28. Al restar 25 unidades al triplo de un número, la diferencia es 110. Halla el número.

29. El área de un rectángulo es 288 m^2 y la base es el doble de la altura. Calcula el perímetro del rectángulo.

30. Un padre de familia tiene 46 años y su hijo, 12. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será triple de la del hijo?

31. El perímetro de un rectángulo es 82 metros. Si la base mide 7 metros más que la altura, ¿cuánto miden los lados del rectángulo?

32. ¿Cuál es el numero que aumentado en 29 unidades da 93?

33. Halla dos números que suman 85, sabiendo que uno es cuádruple del otro?

34. Si al doble de mi edad le disminuyo 22 años, quedan 80. ¿Cuál es mi edad?

35. Si al doble de un número se suma el cuádruple del mismo número, resulta 84. Halla ese número.

36. Si añado 8 años a mi edad y sumo al resultado el doble de mi edad menos 7 años, resultan 67 años. Halla la edad que tengo.

37. El triple de la edad de un alumno más 7 años es igual al cuádruple de su edad menos 6 años. Calcula su edad.

38. Calcula tres números consecutivos que suman 87.

39. Calcula tres números pares consecutivos que suman 120.

40. Calcula tres números impares consecutivos que suman 129.

41. Dos personas tienen juntas 5000 €. Sabiendo que una de ellas tiene 450 € menos que la otra, ¿cuánto dinero tiene cada una?

42. Descompón 180 en dos sumandos, de manera que uno de ellos sea el cuádruple del otro.

43. Después de recorrer las dos terceras partes del camino aún me quedan 25 km. ¿Cuántos km he recorrido?

44. Carmen tiene 36 monedas, de euro y de dos euros. El número de monedas de euro es doble que el de dos euros. ¿Cuánto dinero tiene?

45. Cuatro ganaderos tienen 264 vacas en total. Si el segundo posee el doble de cabezas que el primero; el tercero, el triple que el segundo, y el cuarto, el cuádruple que el tercero, ¿cuántas vacas posee cada uno?

46. El número de alumnos de 1º B es doble que el número de alumnos de 1º A, y entre las dos clases hay 45 alumnos. Averigua el número de alumnos de cada clase.

47. Una parcela rectangular mide 60 m de largo por 40 m de ancho. Si se quiere ampliar el perímetro a 248 m añadiendo la misma longitud a cada lado, ¿cuántos metros hay que prolongar cada lado?

48. Uno de los lados de un triángulo mide un centímetro más que otro lado, y este, a su vez, otro centímetro más que el tercer lado. El perímetro del triángulo es de 42 cm. ¿Cuánto miden los tres lados?

49. Emma, Tais y Blas tienen un acuario cada uno. Emma posee doble de peces que Tais, y Blas, el triple que Emma. Si en total tienen 108 peces, ¿cuántos corresponden a cada uno?

50. Laura contesta las 20 preguntas que tenía una prueba y saca 11 puntos. Si cada pregunta acertada es 1 punto y cada pregunta fallada es -0,5 puntos, ¿cuántas preguntas ha acertado bien?

51. Javier tiene 25 años más que su hija Elena, y dentro de 10 años le doblará la edad. ¿Cual es la edad actual de ambos?